PARAMETRGA BOG‘LIQ N – TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI GRIN FUNKSIYASI ORQALI INTEGRAL TENGLAMALARGA KELTIRIB YECHISH USULI

Sayliyeva Gulrux Rustam qizi
Buxoro davlat universiteti, fizika-matematika fakulteti
g.r.saylieva@buxdu.uz

Annotatsiya. *Ushbu maqolada parametrga bog‘liq n – tartibli differensial tenglamalarni Grin funksiyasi orqali integral tenglamaga keltirish usuli tushuntirilgan. Bugungi kunda integral tenglamalarning matematik-fizika masalalari, differensial tenglamalar, funksional analiz, integral operatorlar nazariyasi singari matematikaning ko`plab muhim sohalarida samarali tadbiqlari mavjud.*

Kalit so‘zlar: *parametrga bog‘liq n – tartibli differensial tenglama, Grin funksiyasi, chegaraviy masala, Fredgolm integral tenglamasi, integral tenglamaning yadrosi.*

METHOD OF SOLUTION OF N-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS DEPENDING ON THE PARAMETER INTO INTEGRAL EQUATIONS THROUGH THE GREEN'S FUNCTION

Sayliyeva Gulrukh Rustam kizi
Bukhara State University, Faculty of Physics and Mathematics

Annotation. *This article explains the method of reducing parameter-dependent n-order differential equations to an integral equation using Green's function. Today, integral equations have effective applications in many important areas of mathematics, such as mathematical-physical problems, differential equations, functional analysis, theory of integral operators.*

Key words: *parameter dependent n-order differential equation, Green's function, boundary value problem, Fredholm integral equation, kernel of integral equation.*

МЕТОД РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ N-ПОРЯДКА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРА В ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЧЕРЕЗ ФУНКЦИЮ ГРИНА

Сайлиева Гульрух Рустама кызи

Бухарский государственный университет, физико-математический факультет

Абстракт. *В этой статье объясняется метод сведения дифференциальных уравнений n-го порядка, зависящих от параметра, к интегральному уравнению с использованием функции Грина. Сегодня интегральные уравнения находят эффективные приложения во многих важных областях математики, таких как математико-физические задачи, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, теория интегральных операторов.*

Ключевые слова: *дифференциальное уравнение n-го порядка, зависящее от параметра, функция Грина, краевая задача, интегральное уравнение Фредгольма, ядро интегрального уравнения.*

Bizga quyidagi ko'rinishda h parametrga bog'liq chegaraviy masala berilgan bo'lsin:

$$L[y] = xh + h(x) \tag{1}$$

$$V_k(y) = 0, \qquad k = 1,2,\dots,n \tag{2}$$

Bunda

$$L[y] = \rho_0(x)y^{(n)}(x) + \rho_1(x)y^{(n-1)}(x) + \dots + \rho_n(x)y(x)$$

bo'lib, (2.3.2) uchun esa quyidagi tenglik o'rinli:

$$V_k(y) = \alpha_k y(a) + \alpha_k{}^{(1)}y`(a) + \dots + \alpha_k{}^{(n-1)}y^{(n-1)}(a) + \beta_k y(b) + \beta_k{}^{(1)}y`(b) + \dots + \beta_k{}^{(n-1)}y^{(n-1)}(b), \qquad k = 1,\dots,n$$

$V_1, V_2, \dots, V_n$ lar chiziqli forma deb nomlanib, o'zaro chiziqli bog'liqsiz sistemani tashkil qiladi.

$h(x) -$ x o'zgaruvchining uzluksiz funksiyasi, $\lambda -$ ixtiyoriy parameter [2-5].

Dastlab $h(x) \equiv 0$ uchun bir jinsli chegaraviy masalani qaraymiz

$$L[y] = \lambda y, \quad V_k(y) = 0 \quad (k = 1,2,\dots,n) \tag{3}$$

(3) chegaraviy masalaning $y(x)$ nolmas yechimlarga ega bo'ladigan λ ning qiymatlari (3) chegaraviy masalaning xos qiymatlari deb ataladi va bu nolmas yechimlarning o'zi shu λ xos qiymatga mos xos funksiya deyiladi.

1. Teorema [1]. *Agar* $L[y] = 0$, $V_k(y) = 0$ $k = \overline{1,n}$ *chegaraviy masala uchun Grin funksiyasi mavjud bo'lsa, u holda (1) va (2) chegaraviy masalaning yechimi quyidagi integral tenglamaga ekvivalent bo'ladi:*

$$y(x) = \lambda \int_a^b G(x,\xi)y(\xi)d\xi + f(x) \tag{4}$$

Bunda

$$f(x) = \lambda \int_a^b G(x,\xi)h(\xi)d\xi$$

Xususan bir jinsli (3) chegaraviy masala ushbu

$$y(x) = \lambda \int_a^b G(x,\xi)y(\xi)d\xi \qquad (5)$$

integral tenglamaga ekvivalentdir.

Izoh. $G(x,\xi)$ uzluksiz yadro bo'lgani uchun Fredgolm integral tenglamalariga qo'llaniladi. Shuning uchun (5) bir jinsli integral tenglama chekli bo'lmagan chegaraviy nuqtalarda sanoqlitadan ko'p bo'lmasligi mumkin. λ ning xos qiymat bo'ladigan qiymatlaridan tashqari barcha turli qiymatlari uchun (4) ning o'ng tomoni har qanday uzluksiz $f(x)$ funksiya uchun yechimga ega. Bu yechim quyidagi formula orqali aniqlanadi[6-10]:

$$y(x) = \lambda \int_a^b R(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi + f(x)$$

Bunda $R(x,\xi,\lambda) - G(x,\xi)$ yadroning rezolventasi. Bundan tashqari $[a,b]$ kesmadan olingan har qanday fiksrlangan x *va* ξ qiymatlar uchun $R(x,\xi,\lambda)$ rezolventa λ ning **meomorf** funksiyasi bo'lib, uning qutblari faqat bir xil integral tenglamaning xarakteristik soni bo'lishi mumkin.

1. Misol. Ushbu chegaraviy masalani yechishni integral tenglamani yechishga keltiring.

$$y^{II} + \lambda y = x \qquad (6)$$

$$y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \qquad (7)$$

Yechish. Dastlab

$$y^{II}(x) = 0 \qquad (8)$$

$$y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \qquad (9)$$

chegaraviy shartlarga mos Grin funksiyasini quramiz. Zarur hisoblashlarni bajarib, quyidagi natijani olamiz:

$$y_1 = x \quad va \quad y_2 = x - \frac{\pi}{2}$$

berilgan (8)-(9) chegaraviy masala uchun xususiy yechimlar. Ularga ko'ra Grin funksiyasining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$G(x,\xi) = \begin{cases} \dfrac{y_1(x)y_2(\xi)}{W(\xi)}, & 0 \le x \le \xi \\ \dfrac{y_1(\xi)y_2(x)}{W(\xi)}, & \xi \le x \le \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Bu yerda

$$W(\xi)=\begin{vmatrix}\xi & \xi-\frac{\pi}{2}\\ 1 & 1\end{vmatrix}=\frac{\pi}{2}$$

Demak,

$$G(x,\xi)=\begin{cases}\left(\frac{2}{\pi}\xi-1\right)x, & 0\le x\le\xi\\ \left(\frac{2}{\pi}x-1\right)\xi, & \xi\le x\le\frac{\pi}{2}\end{cases} \tag{10}$$

Endi topilgan Grin funksiyasidan foydalanib (6) – (7) chegaraviy masala yechimini integral tenglama koʻrinishiga keltiramiz.

$$y(x)=f(x)-\lambda\int_0^{\frac{\pi}{2}}G(x,\xi)y(\xi)d\xi$$

Bunda

$$f(x)=\lambda\int_0^{\frac{\pi}{2}}G(x,\xi)\xi d\xi=\int_0^x\left(\frac{2x}{\pi}-1\right)\xi^2d\xi+\int_x^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{2\xi}{\pi}-1\right)x\xi d\xi=\frac{1}{6}x^3-\frac{\pi^2}{24}x$$

Demak,

$$y(x)=\lambda\int_0^{\frac{\pi}{2}}G(x,\xi)y(\xi)d\xi=\frac{1}{6}x^3-\frac{\pi^2}{24}x$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. М.Л.Краснов, А.И.Киселов, Г.И.Макаренко, Интегральные уравнения, М.:Едиториал УРСС, 2003.-192 с.

2. Sayliyeva, Gulrux Rustam Qizi. "Diskret matematika va matematik mantiq fanining «predikatlar mantig'i» bobi mavzularini tushuntirishda samarali yondashuv va undagi zamonaviy usul va metodlar." Scientific progress 2.1 (2021): 552-558.

3. Абдуллаева М.А. Применение метода "Рыбий скелет" при решении задач арифметических прогрессии// Центр научных публикаций (buxdu. uz), 8:8 (2022), с. 1156-1166.

4. M. Abdullayeva, "Чала квадрат тенглама" мавзусини ўқитишда "Бумеранг" технологияси// ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz), 8:8 (2021), с. 1651-1660.

5. M. Abdullayeva, Aniq integralning tatbiqlari mavzusini o'qitishda" Charxpalak" texnologiyasi// ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz), 8:8 (2021), с. 1410-1421.

6. M. Abdullayeva, "Determinant va ularning xossalari. Determinant tushunchasi va uni hisoblash" mavzusini o'qitishda svetofor metodini qo'llash// ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz), 8:8 (2021), с. 1661-1670.

7. Abdullayeva M.A. Turli maqsadlarga javob beruvchi testlar orqali talabaning bilim, malaka va ko'nikmalarini nazorat qilish// Science and Education, 5:4 (2024), 445-454.

8. Jumayeva C. ОСНОВЫ И СПОСОБЫ РАЗВИТИЯ РЕЧЕМЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2024. – Т. 45. – №. 45.

9. Jumayeva C. LOCAL INNER DERIVATIONS ON FOUR-DIMENSIONAL LIE ALGEBRAS //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2024. – Т. 45. – №. 45.

10. Jumayeva C. "JEGALKIN KO 'PHADI" MAVZUSINI O 'QITISHDA INTERFAOL METODLARNI QO 'LLASH //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2023. – Т. 44. – №. 44.

11. Jumayeva C. BA'ZI TO 'RT O 'LCHAMLI LI ALGEBRALARINING LOKAL ICHKI DIFFERENSIALLASHLARI //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2023. – Т. 44. – №. 44.

12. qizi Jumayeva C. I. et al. Mulohazalar hisobida isbotlanuvchi formulalar: nazariya, amaliyot va tahlil //Science and Education. – 2024. – Т. 5. – №. 4. – С. 455-461

13. Sayliyeva GRQ Diskret matematika va matematik mantiq fanida bul funktsiyalarni jegalkin ko'phadlariga yo'nalish mavzusini materiallarda "matematik domino" metodidan yuklash //Scientific progress. – 2021. – Т. 2. – Yo'q. 2. – 773-780-betlar.

14. Sayliyeva G. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanidan "Ta'riflar, teoremalar, isbotlar, formulalar, misollar" usulidan foydalanish // ILMIY NASHIRLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2021. – Т. 8. – Yo'q. 8.

15. Sayliyeva G. DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ" FANINING AMALIYOT DARSLARIDA O'TILGAN MAVZUNI MUSTAHKAMLASHDA "G'OYAVIY CHARXPALAK","CHARXPALAK" TEXNOLOGIYASI VA "ASSOTSATSIYALAR" METODLARIIDAN FOYDALANISH //ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz). – 2021. – Т. 7. – №. 7.

16. Sharipova M.Sh. Algebraik kasrlarni ko 'paytirish va bo 'lish mavzusini o 'qitishning o 'ziga xos xususiyatlari. Центр научных публикаций (buxdu. uz) (25:25)(2022)

17. Sharipova M.Sh. Uchinchi tartibli operatorli matritsaning muhim spektr tarmoqlari: 1 o'lchamli hol. Центр научных публикаций (buxdu. uz) (40:40)(2023)

18. Sharipova M.Sh. Sodda irratsional tengsizliklarni yechish usullari. Центр научных публикаций (buxdu. uz) (24:24)(2022)

19. Sharipova M.Sh. Usual, quadratic and cubic numerical ranges corresponding to a 3×3 operator matrices. Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences. 5:4 (2022) pp. 242-249

20. Sharipova M.Sh. Two and three particle branches of the essential spectrum of a 3×3 operator matrices. Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development 8(2022). pp. 270-274

21. Sayliyeva G. TALABALARNING O'QITILAYOTGAN FANLARGA QIZIQISHINI OSHIRISHDA FOYDALANILADIGAN SAMARALI PEDAGOGIK METODLAR //ILMIY NASHRIYOTLAR MARKAZI (buxdu. uz). – 2023. – T. 44. – Yo‘q. 44.

22. Sayliyeva G. 3×3 operator matritsasining ixcham bo‘lmagan tebranishli asosiy spektri //TsENTR NAUCHNYX PUBLIKATSIY (buxdu. uz). – 2023. – T. 39. – №.