

DIFFERNSIAL TENGLAMALARNING IQTISODIYOTGA TADBIQI

Rahmonov Erkin Sodiq o'g'li

TKTI Shahrisabz filiali o'qituvchisi

Iqtisodiy rivojlangan jamiyatni yaratish va ilmiy-texnikaviy taraqqiyotni faol rivojlantirish uchun oliy matematikaga alohida o'rin beriladi. Hozirgi zamon olimlari iqtisodiy jarayonlarni o'rganishda matematik modellashtirishning tarkibiy qismlari bo'lgan matematik tahlil, regressiya tahlili, o'yin nazariyasi, chiziqli dasturlash, matritsa va vektor hisobi va boshqalardan foydalanadilar. Katta amaliy ahamiyatga ega bo'lgan matematikaning eng muhim bo'limlaridan biri "Oddiy differensial tenglamalar" bo'limidir. Umumiy matematik va nazariy qiziqishdan tashqari, differensial tenglamalar keng amaliy qo'llanilishini topadi. Masalan, optimal boshqaruv, korxonalar yoki korxonaning iqtisodiy faoliyati, ishlab chiqarish jarayonini tashkil etish va boshqalar bilan bog'liq muammolarni hal qilishda. Narxlar, ish haqi, kapital, foiz stavkalari kabi iqtisodiy o'zgaruvchilar o'rtasidagi bog'lanishlar differensial tenglamalar ko'rinishida yoziladi.

IQTISODIYOTDA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR APPARATI

Faraz qilaylik, $y = y(t)$ biror ishlab chiqaruvchining t vaqt mobaynida realizatsiya qiladigan tovar miqdori. Tovarning narxi o'zgarmas bo'lsin. U holda $y = y(t)$ funksiya

$$y' = ky \quad (1.1)$$

tenglamani qanoatlantiradi, bu yerda $k = mpl$, m – investitsiya normasi, p – sotilish narxi, l – investitsiya kattaligi va mahsulot ishlab chiqarish tezligi orasidagi proporsionallik koeffitsiyenti.

(1.1) tenglama o'zgaruvchisi ajraladigan differensial tenglamadir.

Uning yechimi

$$y = y_0 e^{k(t-t_0)} \quad (1.2)$$

Bu yerda $y_0 = y(t_0)$

(1.1) tenglama aholining o'sishi, dinamikasini ifodalaydi.

Masala: Agar $y' = ky$ tenglamadagi proporsionallik koeffitsiyenti 0,1 ga teng bo'lsa, realizatsiya qilingan mahsulot miqdori boshlang'ich vaqtdagi bilan solishtirilganda, qancha vaqt o'tgandan keyin ikki marta ko'payadi?

Realizatsiya qilingan mahsulot miqdorini ikkilanishiga ketadigan vaqt 20% ga kamayishi uchun investitsiya normasini qancha foizga oshirish kerak?

Yechish. Narx o'zgarmasligida $t_0 = 0$, $k = 0,1$, $y = 2y_0$ deb faraz qilsak $2ky_0 = y_0 e^{0,1t}$ tenglikka kelamiz, bundan $t = 10 \ln 2 \approx 6,93$ (vaqt birligi). Endi $t_1 = 0,8t$, $k_1 = \frac{k}{0,8} = 1,25k$, ya'ni investitsiya normasini 25% ga oshirish kerak.

Narxning o'zgaruvchiligi haqidagi faraz vaqtning qisqa oralig'i uchun o'rinli. Umumiy holda p narx miqdori y ga bog'liq kamayuvchi funksiyadir $p = p(y)$.

U holda $y' = ky$ tenglamaning ko'rinishi

$$y' = mlp(y) \cdot y \quad (1.3)$$

o'zgaruvchilari ajraladigan tenglama bo'lib qolaveradi.

(1.3) ko'rinishidagi tenglama bilan aholi sonining o'sishi, epidemiya rivojlanishining dinamikasi, reklama tarqalish jarayoni va hokazoilar ifodalanadi.

Differensial tenglamalar nazariyasini iqtisodiyotning uzluksiz modellarida qo'llanishiga doir misollarni qaraymiz, bu yerda erkin o'zgaruvchi t - vaqt. Bunday modellar uzoq vaqt mobaynida iqtisodiy sistemalar evolyutsiyasini tekshirishda foydali ular iqtisodiy dinamikaning tekshirish predmetidir.

Ishlab chiqarishning tabiiy o'sish modeli.

Birinchi tartibli differensial tenglamalar.

Faraz qilaylik, qandaydir mahsulot p narxda sotiladi $Q(t)$ - t vaqtda ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori desak, u holda bu vaqt davomida $pQ(t)$ ga teng daromad olinadi. Faraz qilaylik, ko'rsatilgan daromadning bir qismi mahsulot ishlab chiqarish investitsiyaga sarf bo'lsin, ya'ni

$$I(t) = mpQ(t) \quad (1.4)$$

m - investitsiya normasi va $0 < m < 1$.

Agar bozorni yetarlicha ta'minlangan degan tasavvurdan kelib chiqilsa, u holda ishlab chiqarishda foydalaniladi. Bu yana ishlab chiqarish tezligini (akselleratsiya) oshishiga olib keladi. Ishlab chiqarish tezligi esa investitsiyaning o'sishiga proporsional, ya'ni

$$Q' = lI(t) \quad (1.5)$$

bu yerda $\frac{1}{l}$ - akselleratsiya normasi. (1.4) formulani (1.5) qo'yib

$$Q' = kQ, \quad k = lmpQ \quad (1.6)$$

ni olamiz. (1.6) differensial tenglama o'zgaruvchilari ajraladigan tenglama.

Bu tenglama umumiy yechimining ko'rinishi $Q = Ce^{kt}$, bunda C - ixtiyoriy o'zgaruvchi.

Faraz qilaylik, boshlang'ich moment $T = t_0$ da mahsulot ishlab chiqarish hajmi Q_0 berilgan. U holda bu shartdan o'zgirmas C ni ifodalash mumkin:

$Q_0 = Ce^{kt_0}$ bunda $C = Q_0 e^{-kt_0}$. Bundan (1.6) tenglamaning xususiy yechimini topamiz:

$$Q = Q_0 e^{k(t-t_0)} \quad (1.7)$$

Shunga e'tibor berish kerakki, matematik modellar umumiylik xossasiga ega. Biologik tajribalardan kelib chiqadiki, bakteriyalarning ko'payish protsessi (1.7) tenglama bilan ifodalanadi. Radioaktiv parchalanish protsessi ham (1.7) formula bilan ifodalanadigan qonuniyatga bo'ysuriadi.

Raqobat sharoitida ishlab thiqarishning o'slshi.

Faraz qilaylik, $p = p(Q)$ - kamayuvchi funksiya, ya'ni mahsulot hajmining ortishi bilan bozorda uning narxi kamayadi: $\frac{dp}{dQ} < 0$. Endi (1.4)-(1.6) formulalardan Q ga nisbatan chiziqli bo'lmagan o'zgaruvchilari ajraladigan birinchi tartibli differensial tenglama olamiz:

$$Q' = \alpha p(Q) \cdot Q \quad (1.8)$$

Bu tenglamaning o'ng tomonidagi barcha ko'paytuvchilar musbatligidan $Q' > 0$, ya'ni $Q(t)$ funksiya o'suvchi.

Funksiya o'sish xarakteri uning ikkinchi hosilasi bilan aniqlanadi. (1.8) tenglamadan

$$Q'' = \alpha p(Q) \cdot Q$$

Talab elastikligini kiritib, bu tenglikni o'zgartirish mumkin: $E(p) = \frac{dQp}{dpQ}$ bundan, $Q'' = \alpha Q'p \left(1 + \frac{dpQ}{pdQ}\right)$ yoki $\frac{dQ}{dp} < 0$, bo'lgani uchun $E < 0$, nihoyat

$$Q'' = \alpha Q'p \left(1 - \frac{1}{|E|}\right) \quad (1.9)$$

(1.9) tenglamadan elastik talabda $Q'' > 0$, ya'ni $|E| > 1$ ekanligi kelib chiqadi va $Q(t)$ funksiyaning grafigi pastga qavariq. Bu esa progressiv o'sishini bildiradi.

Noelastik talabda $|E| < 1$ va bu holda $Q'' < 0$, $Q(t)$ - funksiya yuqoriga qavariq, bu sekin o'sishini (yetarlicha ta'minlangan) bildiradi.

Soddalik uchun $p(Q)$ bog'lanishni chiziqli funksiya ko'rinishda qalbul qilamiz.

$P(Q) = a - bQ$, $a > 0$, $b > 0$. U holda (1.8) tenglamaning ko'rinishi:

$$Q' = \alpha(a - bQ) \cdot Q \quad (2.0)$$

bundan

$$Q'' = \alpha Q'(a - 2bQ) \quad (2.1)$$

(2.0) va (2.1) munosabatlardan: $Q' = 0$, $Q = 0$ da va $Q = \frac{a}{b}$ da $Q'' < 0$, $Q > \frac{a}{2b}$ da; $Q=Q(t)$ funk:iya grafigini egilish nuqtasi $Q = a/2b$ bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Sh.Shorahmetov, D.S.Asroqulova, J.J.Qurbonov, "Iqtisodchilar uchun matematika", Toshkent 2012
2. Sh. Sharahmetov, A.Naimjonov, "Iqtisodchilar uchun matematika", "Fan va texnologiya" Toshkent 2007
3. Sh.Sharahmetov, O.T.Kurbanov, "Iqtisodchilar uchun matematika", "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati" Toshkent 2017.

4. A.R.Xashimov, G.S.Xujaniyozova , “Iqtisodchilar uchun matematika”,
“*Iqtisodiyot-moliya*” Toshkent 2019
5. Primqulov S. A., Axralov H. Z. “*Oddiy differensial tenglamalarning
tatbiqi*” Fan va texnika taraqqiyotida intellektual yoshlarning o‘rni. Respublika
ilmiy-amaliy
anjumani ma’ruzalar to‘plami. -Toshkent, ToshDTU, 2022 y