YUQORI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR FIZIK MASALALARDA

Xusanova Nilufarxon Xamidjon qizi
Namangan davlat universiteti Fizika-matematika fakulteti 2-bosqich talabasi
Mahmudova Dilnoza Xayitmirzayevna
Ilmiy rahbar: Namangan davlat universiteti Matematika kafedrasi katta o'qituvchisi

Annotatsiya: *Maqolada matematika fanining asosiy bo'limlaridan biri bo'lgan differensial tenglamalar haqida ma'lumot berilgan. Asosan maqolada yuqori tartibli differensial tenglamalar va ularni fizik masalalarda tadbiqi ko'rsatilgan.*

Kalit so'zlar: *Differensial tenglama, yuqori tartibli differensial tenglama, Koshi masalasi, n-tartibli differensial tenglama, 2-tartibli differensial tenglama.*

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА В ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Аннотатция: *В статье представлена информация о дифференциальных уравнениях, которые являются одним из разделов математики. Основное внимание уделено дифференциальным уравнениям высокого порядка и их применению в физических задачах.*

Ключевые слова: *Дифференциальное уравнение, дифференциальное уравнение высокого порядка, задача Коши, дифференциальное уравнение n-го порядка, дифференциальное уравнение второго порядка.*

HIGH-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS IN PHYSICAL PROBLEMS

Abstract: *The article provides information about differential equations, which is one of the branches of mathematics. Mainly, the article discusses high-order differential equations and their application in physical problems.*

Keywords: *Differential equation, high-order differential equation, Cauchy problem, nth-order differential equation, second-order differential equation.*

Fizik jarayonlarning matematik modelini tuzishda differensial tenglamalar muhim o'rin tutadi. Ayniqsa yuqori tartibli differensial tenglamalar mexanika, elektrodinamika, issiqlik o'tkazish va boshqa ko'plab sohalarda keng qo'llaniladi. Bu tenglamalar tizimlarning vaqt va fazodagi o'zgarishlarini aniq va batafsil tavsiflash imkonini beradi.

Differensial tenglamalar – bu noma'lum funksiya va uning hosilalari o'rtasidagi bog'liqlikni ifodalovchi tenglamadir. Boshqacha qilib aytganda, differensial tenglamada noma'lum funksiya va uning o'zgarishi (hosilalari) o'rtasidagi munosabat ko'rsatiladi.

Tartibi birdan katta bo'lgan differensial tenglamaga yuqori tartibli differensial tenglama deyiladi. Differensial tenglamaning tartibi tenglamada qatnashgan funksiyaning hosilasini tartibiga qarab aniqlanadi. Masalan:

$y''+5x^2y'+4=0$ (2-tartibli)

n-tartibli differensial tenglamani oshkormas holatda

$F(x,y',y'',...,y^{(n)})=0$ (1)

yoki tenglamani n-tartibli hosilaga nisbatan yechilgan

$y^{(n)}=f(x,y,y',...,y^{(n-1)})$ (2)

ko'rish mumkin.

n-tartibli differensial tenglamani umumiy yechimi x ga va n ta ixtiyoriy o'zgarmasga bog'liq bo'ladi: $y=f(x,C_1,C_2,...,C_n)$.

Shu sababli umumiy yechimdan xususiy yechimni ajratib olish uchun ixtiyoriy o'zgarmaslarni aniqlashga imkon beradigan qo'shimcha shartlar berilgan bo'lishi zarur. Bu shartlarni izlanayotgan funksiyaning va uning (n-1)-tartibigacha (y ham kiradi) barcha hosilalarning biror nuqtadagi qiymatlarini, ya'ni $x=x_0$ da

$y(x_0)=y_0, \quad y'(x_0)=y_1,...,y^{(n-1)}(x_0)=y_{n-1}$ (3)

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin. Berilgan (2) differensial tenglamaning (3) boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini topish masalasi Koshi masalasi deyiladi.

Yuqori tartibli differensial tenglamalarni integrallash birinchi tartibli differensial tenglamalarni integrallashdan qiyin hisoblanib, har doim ham birinchi tartibli differensial tenglamani integrallashga keltiraverilmaydi. Lekin chiziqli tenglamalardan tashqari barcha turdagi yuqori tartibli tenglamalar uchun integrallashning asosiy usuli tartibini pasaytirish, ya'ni berilgan tenglamani o'zgaruvchilarni almashtirish orqali tartibi pastroq tenglamaga keltirish mumkin. Biroq tenglamaning tartibini pasaytirishga har doim ham erishish mumkin emas. Tenglama tartibini pasaytirishga yordam beradigan n-tartibli tenglamalarning eng sodda turlari bilan tanishamiz.

1.Ushbu

$y^{(n)}=f(x)$ (4)

tenglamaning tartibini pasaytirish, ketma-ket integrallash yo'li bilan amalga oshiriladi:

$$y^{(n-1)} = \int f(x)dx + C_1;$$

$$y^{(n-2)} = \int (\int f(x)dx + C_1)dx + C_2 = \int dx \int f(x)dx + C_1x + C_2;$$

$y=\int dx \int dx ... \int f(x)dx + C_1\frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + C_2\frac{x^{n-2}}{(n-2)!} + \cdots + C_n;$

2. Izlanayotgan y funksiya va uning $y',y'',...y^{(k-1)}$ hosilalari oshkor holda ishtirok etmagan

$F(x,y^{(k)}, y^{(k-1)},...y^{(n)})=0$ (5)

Differensial tenglamaning tartibi

$y^{(k)}=z; \ y^{(k+1)}=z'; \ ... \ y^{(n)}=z^{(n-k)}$

almashtirishlar orqali k birlikka pasaytiriladi:

$F(x,z,z',...,z^{(n-k)})=0.$

3. Erkli x o'zgaruvchi oshkor holda ishtirok etmagan

$F(y,y',y'',...,y^{(n)})=0$ (6)

tenglamalarning tartibi

$$y' = p, \qquad y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{dy'}{dy}\cdot\frac{dy}{dx} = \frac{dp}{dy}p,$$

$$y''' = \frac{dy''}{dx} = \frac{dy''}{dy}\cdot\frac{dy}{dx} = \frac{dy''}{dy}p = \frac{d(\frac{dp}{dy}p)}{dy}p = \frac{d^2p}{dy^2}p^2 + (\frac{dp}{dy})^2p$$

Almashtirishlar orqali bir birlikka pasaytiriladi.

4. $F(x,y,y',y'',...,y^{(n)})$ funksiya $y,y',y'',...,y^{(n)}$ larga nisbatan bir jinsli bo'lgan

$F(x,y,y',y'',...,y^{(n)})=0$ (7)

tenglamaning tartibi $y = e^{\int z(x)dx}$

almashtirish orqali bittaga kamaytiriladi.

1-masala: $x^3y'' = (y - xy')(y - xy' - x)$

$$x^3y'' = (y - xy')^2 - x(y - xy')$$

$$x \to kx \quad \leftrightarrow \quad y = k^m y \quad \leftrightarrow \quad y' = k^{m-1}y' \quad \leftrightarrow \quad y'' = k^{m-2}y''$$

$$x^3k^{m-2}y'' = (k^m y - kxk^{m-1}y')(k^m y - kxk^{m-1}y' - kx)$$

$$x^3k^{m-2}y'' = (k^m y - xk^m y')^2 - kx(y - xy')$$

$$2m = m + 1 \quad \leftrightarrow \quad m = 1$$

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = ze^t \end{cases}$$

$$y'_x = \frac{z'e^t + ze^t}{e^t} = z' + z$$

$$y''_{xx} = \frac{z'' + z'}{e^t}$$

$$\frac{e^t(z'' + z')}{e^t} = (ze^t - e^t(z' + z))^2 - e^t(ze^t - e^t(z' + z))$$

$$e^{2t}(z'' + z') = z^2e^{2t} - 2ze^{2t}(z' + z) + e^{2t}(z' + z)^2 - e^{2t}z + e^{2t}(z' + z)$$

$$z'' + z' = z^2 - 2z(z' + z) + (z' + z)^2 - z + z' + z$$

$$z'' + z' = z^2 - 2zz' - 2z^2 + z'^2 + 2zz' + z^2 - z + z' + z$$

$$z'' = z'^2 \quad \leftrightarrow \quad z' = u \quad \leftrightarrow \quad u' = u^2 \quad \leftrightarrow \quad \frac{du}{dt} = u^2$$

$$\frac{du}{u^2} = dt \quad \leftrightarrow \quad -\frac{1}{u} = t + C \quad \leftrightarrow \quad u = -\frac{1}{t + C}$$

$$z' = -\frac{1}{t + C} \quad \leftrightarrow \quad z = -\ln|t + C| + C_1$$

$$y = (-\ln|t + C| + C_1)e^t = -x\ln|\ln x + C| + C_1x$$

Xulosa. Yuqori tartibli differensial tenglamalar fizikaning turli sohalarida keng qo'llaniladi. Ularning yechimi ko'pincha murakkab matematik masala bo'lib, uni yechish uchun turli usullardan foydalaniladi. Kompyuter texnalogilarining rivojlanishi bilan bunday tenglamalarni yechish imkoniyatlari kengaydi. Fizik jarayonlar vaqt o'tishi bilan o'zgarib turadi. Yuqori tartibli differensial tenglamalar bunday o'zgarishlarni, ularning tezligini, tezlanishini va boshqa yuqori tartibli hosilalarni ifodalash uchun qo'llaniladi. Fizik tizimlar ko'pincha bir nechta o'zgaruvchilar va ular o'rtasidagi murakkab bog'liqliklar bilan tavsiflanadi. Yuqori tartibli differensial tenglamalar bunday tizimlarni aniqroq ta'riflash imkonini beradi. Bunday tenglamalarning o'rganilishi va yechimi fizikaning fundamental tushunchalarini chuqurroq anglashga va yangi texnalogiyalarni rivojlantirishga hissa qo'shadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1.Ё.У.Соатов. "Олий математика". 3-жилд Тошкент "Ўзбекистон" 1996-й.
2.T.G.Ergashev. Differensial tenglamalar.O'quv qo'llanma.Toshkent - 2023.
3.А.Ф.Флиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. "Регулярная и хаотическая динамика" - 2000.
4.Y.P.Apakov, B.I.Jamolov, A.M.To'xtaboyev. Oliy matematikadan misol va masalalar. T.: "Toshkent", 2022.
5. Y.P.Oppoqov, N.Turg'unov, I.A.Gafarov. Oddiy differensial tenglamalardan misol va masalalar. Toshkent – 2009.