FIZIK MASALALARDA TO'LA DIFFIRENSIAL TENGLAMALAR

Abdumuxtorova Ruxshona Qobiljon qizi
NamDU Fizika-matematika fakulteti fizika yo'nalishi 2-bosqich talabasi
Mahmudova Dilnoza Xaytmirzayevna
Ilmiy rahbar: NamDU Matematika kafedrasi katta o'qituvchisi

Annotatsiya: *Ushbu maqolada biz matematika fanining asosiy bo'limlaridan biri differensial tenglamalarning fizikada ba'zi qo'llanishini muhokama qilingan. Bu maqola orqali diffirensial tenglamalar ko'plab fizik jarayonlarni tavsiflashda, masalan issiqlik o'tkazuvchanlik, elektrodinamika hodisalari, harakat qonuniyatlari va boshqa muammolarni hal qilishda qo'llanilishini ko'rsatilgan.*

Kalit so'zlar: *To'la diffirensial tenglamalar, elektrodinamika, issiqlik o'tkazuvchanlik, harakat qonuniyatlari, Nuyton qonunlari.*

ПОЛНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Аннотация: *В данной статье рассматривается применение дифференциальных уравнений в физике, являющихся одной из основных разделов математики. В статье показано, как дифференциальные уравнения используются для описания различных физических процессов, таких как теплопроводность, явления электродинамики, законы движения и решение других связанных задач.*

Ключевые слова: *Полные дифференциальные уравнения, электродинамика, теплопроводность, законы движения, законы Ньютона.*

COMPLETE DIFFERENTIAL EQUATIONS IN PHYSICAL PROBLEMS

Abstract: *This article discusses the application of differential equations in physics, which is one of the key sections of mathematics. Through this article, it is shown how differential equations are used to describe various physical processes, such as heat conductivity, electrodynamics phenomena, laws of motion, and solving other related problems.*

Keywords: *Full differential equations, electrodynamics, heat conductivity, laws of motion, Newton's laws.*

KIRISH

Hayotimizda diffirensial tenglamalarning har bir sohadagi o'rni juda ham katta. Masalan, Fizikada (mexanika, optika, elektrodinamika hodisalarini tushunishida); muhandislikda (elektronikasini, mehanik-muhandislikni, texnik jarayonlarini o'rganishda); biologiya-tibbiyotda (populyatsiyaning o'sishini, yurak urushining modellarini, infeksiya tarqalishini kuzatishda); iqtisodiyot moliyada (fond bozori, foiz stafkalarining o'zgarishini ifodalashda) hullas barcha sohada diffirensial tenglamalar o'z ahamiyatiga ega.

Diffirensial tenglamalar har qanday jarayonda vaqt yoki boshqa o'zgaruvchilarga bog'liq o'zgarishlarni tahlil qilish uchun juda qulay. Shu sababli ilm-fan va texnikaning turli sohalarida keng qo'llaniladi.

Noma'lum funksiya va uning hosilasi qatnashgan ya'ni

$f(x, y, y', y'',\dots,y^{(n)})=0$

tenglamaga diffirensial tenglama deyiladi.

Diffirensial tenglamaning asosan ikki turi oddiy differensial tenglamalar, xususiy xosilali differensial tenglamalar bilan tanishmiz.

Oddiy diffirensial tenglamalar o'z navbatida ma'lum turlarga tasniflangan. Shulardan:

1. O'zgaruvchilari ajaraladigan diffirensial tenglama.

Agar diffirensial tenglama $M_1(x)\ M_2(y)\ dy+N_1(x)\ N_2(y)\ dx=0$ ko'rinishida berilgan bo'lsa, bunday diffirensial tenglamani o'zgaruvchilari ajaraladigan diffirensial tenglama deyiladi.

2. Bir jinsli diffirensial tenglama.

Agar $y'=f(x,y)$ diffirensial tenglamada $f(x,y)$ bir jinsli funksiya bo'lsa, bunday tenglama bir jinsli diffirensial tenglama deyiladi va u

$y'=f\left(\frac{y}{x}\right)$

ko'rinishda beriladi.

3. Chiziqli diffirensial tenglama.

Noma'lum funksiya va uning hosilasiga nisbatan chiziqli bo'lgan birinchi darajali diffirensial tenglamaga chiziqli diffirensial tenglama deyiladi va u

$y'(x)+P(x)\ y(x)=Q(x)$

ko'rinishda beriladi.

4. To'la diffirensial tenglama.

Agar $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$ tenglamaning chap tomoni biror $U(x,y)$ funksiyaning to'la diffirensial tenglamasi bo'lsa, u holda bunday tenglama to'la diffirensial tenglama deyiladi. Ya'ni;

$du=M(x,y)dx+N(x,y)dy$

Fizikaning ayrim soxalariga oid masalalarida diffirensial tenglamalardan foydalaniladi. Masalan:

a. Elektrodinamika

Differensial tenglama fiziklar tomonidan elektron sxemalarni tahlil qilishda yuzaga keladigan muammolarni tez hal qilish uchun qo'llaniladi materiyadagi elektron emissiyasi oqimi va uning nazorati bilan shug'ullanadigan fizika tehnologiya ilovalarni o'z ichiga oladi.

b. Mexanika.

Mexanika-fizikaning mikraskopik jisimlarning harakatlari bilan bog'liq bo'lgan sohasi, ob'ektga qo'llaniladigan kuchlar uning o'zgarishiga yoki ob'ektning atrof muhitga nisbatan o'zgarishiga olib keladi. Shuningdek, u tinch holatda bo'lgan yoki yorug'lik tezligidan sezilarli darajada kamroq tezlikda harakatlanadigan zarralari bilan shug'ullanadigan klassik mexanikaning bir bo'limidir. Mexanika ayniqsa boshqa aniq fanlar uchun na'muna sifatida ko'rib chiqildi. Bu jihatdan nazariyalarda matematikadan keng foydalanish shuningdek ularni yaratish va sinab ko'rish tajribalari hal qiluvchi ro'l o'ynaydi.

c. Issiqlik o'tkazuvchanlik

Harorat taqsimoti va issiqlikning vaqt bo'yicha o'zgarishini modellashtirishda issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi yoki issiqlik o'tkazuvchanlikni ifodalovchi diffirensial tenglama juda ham muhim.

Quyidagi misollar fizikaning turli sohalaridagi diffirensial tenglamaning ahamiyatini ko'rsatadi.

1-masala. (Mexanika) Yassi tekislikda garmonik osilatorga osilgan yukning harakatini ko'rib chiqaylik. Garmonik osilatorga osilgan yukning harakatini Nuytonning 2-qonuni orqali ifodalaymiz.

Garmonik osilatorga o'zining muvozanat holatidan chiqsa unga qaytuvchi kuch ta'sir qiladi. Bu esa Guk qonuni.

F= $-kx$ (1)

Jismga Nuytonning 2-qonuni ham ta'sir qiladi.

F=ma (2)

Endi (1) va (2) ni tenglaymiz;

ma= $-kx$ (3)

Buni diffirensial ko'rinishini yozamiz;

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$

yoki,

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ (4)

Quyidagi o'zgaruvchini kiritamiz;

$\omega^2 = \frac{k}{m}$

Bunda (4) formula

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ (5)

ko'rinishiga keladi.

(5) tebranuvchi sistemaning diffirensial tenglamasidir.

(5) tenglamani yechishda masofani vaqt bo'yicha diffirensiallaymiz.

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

Bu yerda A - tebranish amplitudasi; ω - burchak tezligi; φ – boshlang'ich faza. Endi tezlik va tezlanishini topamiz. Buning uchun (6) dan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olamiz.

$V(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$ (7)

(7) dan yana bir marta hosila olsak tezlanish chiqadi.

$a(t) = -A\omega^2(\omega t + \varphi)$ (8)

Masaladan olingan xulosa: Masofaning vaqt bo'yicha birinchi va ikkinchi hosilalari Tezlik va Tezlanishni ifodalaydi shu bilan birga (6), (7), (8) tenglamalar garmonik harakatni to'liq tavsiflaydi.

2-masala. Jism 10 minutda 100°C dan 60°C gacha soviydi. Jism atrofidagi temperatura 20°C ga teng qancha vaqtda jism 25°Cgacha soviydi.

$\frac{dT}{dt} = k(T - T_0)$ (1)

T_0 – boshlang'ich ya'ni atrofdagi tashqi temprатura. $T_0 = 20°C$

k – proporsionallik koeffitsienti.

(1) ni integrallaymiz;

$$\frac{dT}{dt} = k\ (T - 20)$$

$$\int \frac{dT}{T-20} = \int k\,dt$$

$\ln|T - 20|$ = k t + ln c

$\ln\left|\frac{T-20}{c}\right| = kt$

$$\frac{T-20}{c} = e^{kt}$$

T = 20+c e^{kt} (2)

vaqt t=0 bo'lganda harorat T=100°C

(2) dan

100=20+ce^{k0} c=80

t=10 minda T=60°C c=80 ligidan

T_t=20+80$*$ e^{kt} $\Rightarrow$ 60=20+80$*$ e^{k*10} $\Rightarrow$ e^{k*10}=$\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$k*10 = ln 2^{-1} $\Rightarrow$k= -0.1*ln2

$$T_t = 20 + 8 * e^{-0.1*ln2t}$$

$T_t = 20 + 80 * 2^{-0.1t}$ (3)

T=20°C ga qancha vaqtda soviganini topamiz.

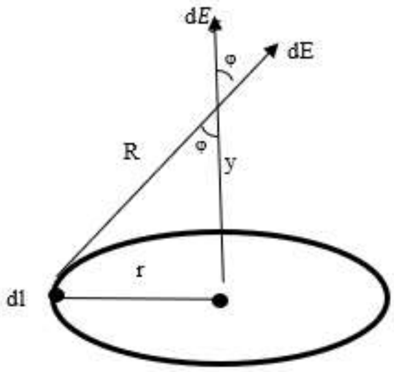
(3) ga T=25°C ni qo'yamiz.

25=20+80$*$ $e^{-0.1t}$ $\Rightarrow$5=80$*$ $e^{-0.1t}$ $\Rightarrow$ $e^{-0.1t}$=$\frac{1}{16}$ $\Rightarrow$-0.1*t=ln16^{-1} $\Rightarrow$ $\frac{t}{10}$ = ln16$\Rightarrow$t=10*ln16

t=28 minut.

Javob: Jism 28 minutda 25°C gacha soviydi.

3-masala (Elektrodinamika) r radiusli ingichka halqa τ chiziqli zichlik bilan tekkis taqsimlangan zaryad bor. Halqaning hamma nuqtalaridan R uzoqlikda joylashgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligini toping.



Halqa uchun elektr maydon kuchlanganligi umumiy holda dE= $\sqrt{dE_x{}^2 + dE_y{}^2}$

dE_x= 0, dE=dE_y

Chizma bo'yicha;

d$E_y = dE\ cos\varphi$ (1)

Chizmada cosφ= $\frac{y}{R}$ $\Rightarrow$R = $\frac{y}{cos\varphi}$

Bizda chiziqli zichlik τ = $\frac{dq}{2\pi r}$ (3)

Elektr maydon kuchlanganligi formulasi;

dE=$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ $*$ $\frac{dq}{R^2}$ (4)

(4) ni chiqizli zichlik orqali ifodalasak;

dE= $\frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} * \frac{\tau}{R^2}$ (5)

(5) ni (1) ga qo'ysak;

dE_y= $\frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} * \frac{\tau * dl}{R^2} * \cos\varphi$ (6)

ko'rinishiga keladi.

dE_y= $\frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} * \frac{\tau * cos^3\varphi}{y^2} *$ dl (7)

(7) ni 0 dan 2πr gacha integrallaymiz;

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} * \frac{\tau * cos^3\varphi}{y^2} \int_0^{2\pi r} dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} * \frac{\tau * cos^3\varphi}{y^2} = \tau * 2\pi r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} * \frac{\tau * 2\pi r}{y^2} * \left(\frac{y}{\sqrt{r^2+y^2}}\right)^3$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{\circ}} * \frac{\tau * 2\pi r * y}{(r^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (8)$$

Masaladan olingan xulosa: r radiusli halqa τ chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan bo'lsa, halqaning hamma nuqtalaridan ixtiyoriy masofada joylashgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligini (8) formula orqali topamiz.

Umumiy xulosa. Ushbu maqola orqali diffirensial tenglamalar fizikaning ba'zi sohalarida issiqlik o'tkazuvchanlik, elektrodinamika hodisalari, harakat qonuniyatlari kabi bo'limlarida qo'llanilishini ko'rib chiqdik. Fizik masalalarda to'la diffirensial tenglamalar – bu fizik jarayonlarni matematik tarzda ifodalash va tahlil qilish uchun asosiy vositalardan biridir. Ushbu tenglamalar fizik qunoniyatlarni, jarayonlarning dinamikasini va ularning bir-biriga ta'sirini aniqlashga imkon beradi. Diffirensial tenglamalarning samarali yechim usullari rivojlanishi kelgusida yangi fizik kashfiyotlar va innovatsion texnologiyalarni yaratishda hal qiluvchi ro'l o'ynaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Y.U.SOATOV. Oliy matematika. TOSHKENT "O'ZBEKISTON " 1996
2. T.G.ERGASHEV. Differensial tenglamalar. Toshkent 2023
3. M.TUHTASINOV, T.G.ERGASHEV. "Differensial tenglamalar fanidan misol va masalalar yechish " Toshkent 2020