

FUNKSIYA HOSILASI HAQIDA TUSHUNCHA

Akbarova Shaxlo Sodikovna

*O‘zbekiston Respublikasi Ichki ishlar vazirligining 2-son Toshkent
akademik litseyi matematika fani o‘qituvchisi*

Annotatsiya: Ushbu maqolada funksiya hosilasi haqida qisqa bo‘lsada asosiy tushunchalar yoritilgan bo‘lib o‘quvchilar uchun foydalanishga qulay qo‘llanma sifatida xizmat qiladi.

Kalit sozlar: funksiyaning nuqtadagi hosilasi, differensiallash qoidasi, elementar funksiya hosilasi, murakkab funksiya.

Mamlakatimizning bugungi kundagi ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanish tamoyillari ma’naviy salohiyatimizni va iqtisodiy qudratimizni yanada oshirish, o‘quvchilarning bilim va salohiyatlarini jahon andozalari darajasiga ko‘tarishni taqozo etmoqda. Bu esa o‘z navbatida ta’lin tarbiya jarayonini zamon talabi darajasida tashkil etish va yangi ta’lim texnologiyalarini dars jarayonida tadbiq etishni talab etadi. Bilamizki, o‘quvchilar ta’lim muassasalarida fanlar bo‘yicha bilim, ko‘nikma va malakalarga ega bo‘lish bilan birgalikda, o‘z fikrini boshqalarga tushuntira olish va boshqalarni tushuna olish, munozaraga kirishish, ya’ni bilim, ko‘nikma va malakalardan kundalik hayotiy vaziyatlarda foydalana olishlari zarur. Buning uchun, avvalo, o‘qituvchi o‘z fani bo‘yicha chuqur bilimga ega bo‘lishi, ilg‘or zamonaviy o‘qitish usullaridan muntazam xabardor bo‘lib borishi hamda o‘quv mashg‘ulotlari jarayonida ulardan samarali foydalanish yo‘llarini kashf eta olishi lozim. Shundagina o‘qitish sifati ham, o‘quvchilarning fanni o‘zlashtirish darajasi ham kutilgan darajada yuqori bo‘ladi.

Funksiyaga $y = f(x)$ X oralig‘ida aniqlangan va uzluksiz bo‘lsin. Keling, nuqtani olaylik $x_0 \in X$. Keling, x argumentini shunday $x_0 + \Delta x \in X$ oshiramiz $\Delta x \neq 0$. Keyin funksiya o‘shishni oladi $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Ta’rif. Funksiyaning $y = f(x)$ ma’lum bir nuqtadagi hosilasi - bu funksiya o‘shishining argumentning o‘shishiga nisbati chegarasi, chunki ikkinchisi nolga intiladi (agar bu chegara mavjud bo‘lsa) :

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



Funksiyaning hosilasi y' , bilan ham belgilanadi $\frac{dy}{dx}$. Funksiyaning hosilasini topishga bu funksiyani *differentsiallash deyiladi*.

Agar funksiya x_0 nuqtada chekli hosilaga ega bo'lsa, u holda funksiya shu nuqtada *differentsiallanuvchi deyiladi*. X oraliqning barcha nuqtalarida differentsiallanuvchi funksiya shu oraliqda *differentsiallanuvchi deyiladi*.

Funksiyaning nuqtadagi differentsialligining zaruriy sharti uning shu nuqtadagi uzluksizligidir.

Geometrik ma'noda funksiyaning berilgan nuqtadagi hosilasi shu nuqtadagi funksiya grafigiga chizilgan tangensning qiyaligi (qiyalik burchagi tangensi) hisoblanadi.

Nuqtadagi (x_0, y_0) funksiya grafigiga teginish tenglamasi $y = f(x)$ shaklga ega

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$$

Differentsiallashning asosiy qoidalari

1. Konstantaning hosilasi nolga teng: $C' = 0$.

2. Argumentning hosilasi birga teng: $x' = 1$.

3. Differentsiallanuvchi funksiyalarning chekli sonining algebraik yig'indisining hosilasi ushbu funksiyalarning hosilalari yig'indisiga teng:

$$(u + v - w)' = u' + v' - w'.$$

4. Ikki differentsiallanuvchi funksiya hosilasining hosilasi birinchi omilning hosilasining ikkinchi koeffitsientiga va birinchi omilning ikkinchi koeffitsientiga ko'paytmasining yig'indisiga teng:

$$(uv)' = u'v + uv'.$$

Xulosa 1. Doimiy omil hosila belgisidan chiqarilishi mumkin: $(Cu)' = Cu'$.

Xulosa 2. Bir necha differentsiallanuvchi funksiyalar hosilasining hosilasi omillarning har birining hosilasining qolganlari bo'yicha ko'paytmalarining yig'indisiga teng:

$$(u_1 u_2 \dots u_n)' = u_1' u_2 \dots u_n + u_1 u_2' \dots u_n + \dots + u_1 u_2 \dots u_n'.$$

5. Bo'lakning hosilasi ikki differentsiallanuvchi funksiyani formula orqali topish mumkin

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v(x) \neq 0).$$



Asosiy elementar funksiyalarning hosilalari

Funksiya y	Hosil y'	Funksiya y	Hosil y'
C	0	$\sin x$	$\cos x$
x^n	nx^{n-1}	$\cos x$	$-\sin x$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
e^x	e^x	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$

MURAKKAB FUNKSIYALARNI FARQLASH

Agar funksiyalar $y = f(u)$ o'z argumentlariga nisbatan differentsiallanadigan $y = f(\varphi(x))$ bo'lsa, u holda kompleks funksiya hosilasi $u = \varphi(x)$ mavjud bo'lib, tashqi funksiyaning oraliq argumentga nisbatan hosilasi va mustaqil o'zgaruvchiga nisbatan oraliq argument hosilasi ko'paytmasiga teng bo'ladi: $(f(\varphi(x)))' = f'_\varphi(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$.

Shaklning murakkab funksiyalarining hosilalari $y = f(u(x))$ formulalar yordamida topish mumkin

$$\begin{aligned}
 (u^n)' &= nu^{n-1} \cdot u', & (\log_a u)' &= \frac{u'}{u \ln a}; \\
 (e^u)' &= e^u \cdot u', & (\ln u)' &= \frac{u'}{u}; \\
 (a^u)' &= a^u \ln a \cdot u', & (\arcsin u)' &= \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}; \\
 (\sin u)' &= \cos u \cdot u', & (\arccos u)' &= -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}};
 \end{aligned}$$



$$(\cos u)' = -\sin u \cdot u' ; \quad (\operatorname{arctg} u)' = \frac{u'}{1+u^2} ;$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u} ; \quad (\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{u'}{1+u^2} .$$

$$(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} ;$$

