

“BAZI TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI”

Imomqulova Sevara Ochildinovna

*Marg'ilon shaxar 2-son kasb hunar maktabi atematika fani
òqituvchisi.*

Annotasiya. *Maqolada trigonometrik funksiyalarning kelib chiqishi tarixi haqida qisqacha tarixiy ma'lumotlar keltirilgan. Trigonometrik funksiyalarning davri, aniqlanish sohasi, trigonometrik ifodalarni yig'indidan ko'paytmaga o'tish formulalari keltirilib, ularga doir misollarni yechish yo'llari yoritilgan.*

Kalit so'zlar: *trigonometriya, funksiya, davr, trigonometrik yig'indi, aniqlanish sohasi, argument, tenglamalar bir jinsli, daraja pasaytirish.*

Zamonaviy matematikaning rivojlangani sari umumiy o'rta ta'lim matematikasining ham rivojlanib hamda bir muncha qiyinlashib borayotgani hech kimga sir emas, bu ko'rsatkich oliy ta'lim muassasalari boshlang'ich kurs talabalarida ham davom etish holatlari kuzatilmoqda. Shu o'rinda aytish mumkinki boshlang'ich sinf matematikasiga bir qator yangi mavzularning kiritilishi, yuqori sinflarning 6-7 sinf darsliklariga mantiq amallarining elementlari, kombinatorika elementlari va ehtimollar nazariyasi asoslarining bir nechta misol masalalari shular jumlasidandir. Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda ushbu maqolada trigonometrik tenglamalar mavzusi va sodda trigonometrik ayniyatlar yoritib berilgan.

1. Trigonometrik tenglamalar.

Ta'rif: Noma'lum x trigonometrik funksiyalar belgisi ostida qatnashgan tenglamalar trigonometrik tenglamalar deyiladi.

Eramizdan oldingi asrlarda trigonometriya astronomiya, geodeziya va qurilish ehtiyojlari bilan bog'liq holda paydo bo'lgan, ya'ni u faqat geometrik xususiyatga ega bo'lib, asosan «akkordlar hisobi» ni ifodalagan. Vaqt o'tishi bilan ba'zi tahliliy fikrlar unga aralasha boshladi. XVIII asrning birinchi yarmida keskin burilish yuz berdi, shundan so'ng trigonometriya yangi yo'nalish oldi va matematik analizga o'tdi.

Tarixan trigonometrik tenglamalar va tengsizliklar maktab o'quv dasturida alohida o'rin tutgan. Hatto yunonlar ham trigonometriyani fanlarning eng muhimi deb hisoblashgan. Shuning uchun biz, qadimgi yunonlar bilan bahslashmasdan, trigonometriyani maktab kursining va umuman butun matematika fanining eng muhim bo'limlaridan biri deb hisoblaymiz. Bir necha o'n yillar davomida maktab matematika kursining alohida fani sifatida trigonometriya mavjud emas edi, u asta-



sekin nafaqat asosiy maktabning geometriya va algebrasida, balki algebra va matematik tahlilning boshlanishiga ham tarqaldi.

Trigonometrik tenglamalarni ko'rishiga qarab yechishning bir qancha usullari mavjud. Bularga o'rniga qo'yish, ratsionallashtiradigan o'rniga qo'yishlar, trigonometrik tenglamalarni yechishning har xil xususiy hollari, sun'iy shakl almashtirishlardan foydalanib trigonometrik tenglamalarni yechish va hokazo. Ba'zi hollarda berilgan tenglamalarni biz bilgan usullar bilan yechish ancha murakkab bo'ladi.

Elementar trigonometrik tenglamalar $f(kx + b) = a$ ko'rinisdagi tenglamalar bo'lib, bunda $f(x)$ trigonometrik funksiyalar: $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$ hisoblanadi. Elementar trigonometrik tenglamalar cheksiz ko'p ildizlarga ega. Misol uchun quyidagi sonlar $\sin x = a$ tenglamaning ildizi bo'la oladi;

Bu yerda n har qanday butun son qiymatlarni qabul qilishi mumkin, ularning har biri ushbu formuladagi tenglamaning ma'lum bir ildiziga mos keladi. Shuningdek, elementar trigonometrik tenglamalar hal qilinadigan boshqa formulalarda n parametr deyiladi. Ular odatda $n \in \mathbb{Z}$ deb yoziladi va shu bilan n parametri har qanday butun qiymatlarni qabul qilishi mumkin.

$\cos x = a$, $|a| \leq 1$ tenglama yechimlari quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$x = \pm \arccos a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$\operatorname{tg} x = a$ tenglamaning yechimlari quyidagi formula orqali topiladi

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$\operatorname{ctg} x = a$ tenglamaning yechimlari quyidagi formula orqali topiladi

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \text{ va h.k.}$$

Tenglamaning barcha ildizlari topiladigan umumiy formula \sin

$$x = a, |a| \leq 1 \quad x = \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ bilan beriladi.}$$

Elementar trigonometrik tenglamalarning ba'zi maxsus holatlariga alohida e'tibor qaratish lozim, bunda yechim umumiy formulalardan foydalanmasdan yozilishi mumkin:

$$\begin{aligned} \sin x &= 0, & x &= \pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \sin x &= 1, & x &= + 2\pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \sin x &= -1, & x &= - + 2\pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \cos x &= 0, & x &= + \pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \cos x &= 1, & x &= 2\pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \cos x &= -1, & x &= \pi + 2\pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \operatorname{tg} x &= 0, & x &= \pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \operatorname{tg} x &= 1, & x &= \pi + \pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x &= -1, & x &= -\frac{\pi}{4} + \pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \operatorname{ctg} x &= 0, & x &= \frac{\pi}{2} + \pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \operatorname{ctg} x &= 1, & x &= \frac{\pi}{4} + \pi n, & n &\in \mathbb{Z}, \\ \operatorname{ctg} x &= -1, & x &= -\frac{\pi}{4} + \pi n, & n &\in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Ushbu tenglamalarga alohida e'tibor berish kerak, chunki ulardan boshqa trigonometrik tenglamalarni yechishda foydalanish mumkin. O'quvchilarda eng oddiy tenglamalarning har birini yechish sxemalari bo'lsa yaxshi bo'ladi.

Davriylik

Trigonometrik tenglamalarni yechishda trigonometrik funksiyalar davri muhim rol o'ynaydi. Shuning uchun o'quvchilar ikkita foydali teoremani bilishlari kerak:

Teorema.

Agar T $f(x)$ funksiyaning bosh davri bo'lsa, T/k soni $f(kx + b)$ funksiyaning bosh davri hisoblanadi.

Teorema.

Agar T $f(x)$ funksiyaning bosh davri bo'lsa, T/k soni $f(kx + b)$ funksiyaning bosh davri hisoblanadi. va funksiyaning davrlari $m = n = T$ bo'ladigan m va n natural sonlar mavjud bo'lsa, o'lchovli deyiladi.

Teorema.

Agar $f(x)$ va $g(x)$ davriy funksiyalarda va taqqoslanadigan bo'lsa, u holda ular $f(x) + g(x)$ funksiyaning davri bo'lgan $m = n = T$ umumiy davriga ega bo'ladi.

Aniqlanish sohasi

Har qanday haqiqiy son birlik doiradagi nuqtaga mos keladi. Bu nuqtaning koordinatalari berilgan haqiqiy sonning kosinus va sinus qiymati hisoblanadi. Birlik doiraning istalgan uqtasining koordinatalarini har doim aniqlash mumkin bo'lganligi sababli, har qanday haqiqiy x uchun $\sin x$ va $\cos x$ ning mos qiymatini topish mumkin, ya'ni $y = \sin x$ va $y = \cos x$ x ning istalgan haqiqiy qiymati aniqlanadi.

$y = \operatorname{tg} x$ funksiyalarining aniqlanish sohasini belgilash orqali shuni k o'rsatish kerakki, agar $x = \pi/2 + \pi n$ bo'lsa, bu burchaklarning yon tomoni, tangens o'qi bo'ladi. Shuning uchun argumentning ushbu qiymatlari uchun $y = \operatorname{tg} x$ funksiyaning mos qiymatini belgilash mumkin emas.

Trigonometrik tenglamalarni ko'paytuvchilarga ajratib yechish usullari

Ko'paytuvchilarga ajratish usuli quyidagicha:
 $f(x) = (x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n)$, $f(x) = 0$ tenglamaning istalgan yechimi $(x - a_1) = 0$ tenglamalar to'plamining yechimi $f(x)=0$, $(x - a_1)=0$, \dots , $(x - a_n)=0$ hisoblanadi.



Qarama-qarshi tasdiq, umuman olganda, to'g'ri emas: ko'paytuvchilarga ajratishning har bir yechimi tenglamaning yechimi emas. Bu alohida tenglamalar yechimlari $f(x)$ funksiyani aniqlash sohasiga kirmasligi mumkinligi bilan izohlanadi.

Misol :

Tenglamani yeching: $2ctg3xcos2x + 4cos2x - ctg3x - 2 = 0$.

Yechish:

$(2ctg3xcos2x - ctg3x) + (4cos2x - 2) = 0$, $ctg3x(2cos2x - 1) + 2(2cos2x - 1) = 0$,
 $(2cos2x - 1)(2ctg3x + 2)$, $(2cos2x - 1) = 0$ va $(ctg3x + 2) = 0$,
 $2cos2x = 1$ va $ctg3x = -2$, $cos2x = \pm \frac{1}{2}$ va $(arcctg(-2) + \pi n)$, $n \in Z$. $= \pm + \pi n$, $n \in Z$

Javob: $= \pm + \pi n$, $n \in Z$, $= (arcctg(-2) + \pi n)$, $n \in Z$.

Xulosa qilib ushbu masalalar bo'yicha tegishli uslubiy adabiyotlar bilan tanishib chiqib, maktab algebra kursida trigonometrik tenglamalar va tengsizliklarni yechish qobiliyati va ko'nikmalari juda muhim bo'lib, ularni rivojlantirish matematika o'qituvchisidan katta kuch talab qiladi degan xulosaga kelish mumkin. O'qituvchining o'zi trigonometrik tenglamalar va tengsizliklarni yechish bo'yicha ko'nikma va malakalarini rivojlantirish usullarini yetarli darajada bilishi shart. Shubhasiz, faqat zamonaviy darsliklar mualliflari tomonidan taklif qilingan vositalar va usullardan foydalangan holda belgilangan maqsadga erishish deyarli mumkin emas. Bu o'quvchilarning individual xususiyatlari bilan bog'liq. Darhaqiqat, ularning trigonometriya bo'yicha asosiy bilimlari darajasiga qarab, turli darajadagi tenglamalar va tengsizliklarni o'rganish uchun imkoniyatlar qatori quriladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Avezov A.X. *Matematikani o'qitishda interfaol metodlar: «Keys-stadi» metodi* // *Science and Education, scientific journal*, 2:12 (2021),
2. Avezov A.X. *Funksiyaning to'la o'zgarishini hisoblashga doir misollar yechishyo'llari haqida* // *Science and Education, scientific journal*, 2:12 (2021),
3. Avezov A.X. *«Kompleks sonlar» mavzusini o'qitishda «Bumerang» texnologiyasi* // *Science and Education, scientific journal*, 2:12 (2021), 430-440 b.
4. Avezov A.X. *Funksiya hosilasi mavzusini o'qitishda «Kichik guruhlarda ishlash»metodi* // *Science and Education, scientific journal*, 2:12 (2021),.
5. Avezov A.X. *Ta'limning turli bosqichlarida innovatsion texnologiyalardan foydalanish samaradorligini oshirish* // *Science and Education, scientific journal*, 2:11 (2021), c.



6. Avezov A.X. Oliy matematika fanini o'qitishda tabaqalash texnologiyasidan foydalanish imkoniyatlari // *Science and Education, scientific journal*, 2:11 (2021),

