LOGARIFMIK TENGLAMALARNI YECHISH

O'ktamova Ferangiz Shuhratovna
Buxoro pedagogika instituti talabasi

Annotatsiya: *Bu maqolada logarifmik tenglamalar haqida ma'lumot berilib, logarifmik tenglamalarning har bir ko'rinishiga oid misollar ishlangan. Logarifmik tenglamalarni yechishga oid asosiy teoremalar keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *Logarifmik tenglama, teorema, logarim asosi, ildiz, kvadrat logarifmik tenglama, logarikmik tenglamalar sistemasi.*

KIRISH

Matematikaning ko'plab sohalarida, xususan algebra, analiz va matematik modellashda logarifmik tenglamalar muhim o'rin tutadi. Logarifmik tenglamalar o'zining o'ziga xos xususiyatlari va yechim jarayonining murakkabligi bilan ajralib turadi. Ular ko'plab ilmiy va amaliy masalalarda qo'llaniladi, chunki logarifmik funksiyalar ko'p hollarda tabiiy va ijtimoiy jarayonlarni tavsiflashda ishlatiladi.

Logarifmik tenglamalar asosan, logarifmning bir necha xususiyatlari va eksponent shaklidan foydalangan holda yechiladi. Logarifmning asosiy xususiyatlarini tushunish, tenglamalarni yechish jarayonida muhim ahamiyatga ega. Masalan, logarifmning ko'paytirish, bo'lish, kuchaytirish va ayirish kabi xususiyatlari tenglamani soddalashtirishga yordam beradi. Bu maqolada logarifmik tenglamalarni yechishning asosiy metodlari, ularni qanday hal qilish, va yechimlaridagi ba'zi noaniqliklar haqida to'liq tahlil qilinadi. Yechish usullarini va amaliy misollarni ko'rib chiqish orqali, logarifmik tenglamalarni hal qilishning samarali yondashuvlarini o'rganish mumkin bo'ladi.

Noma'lum logarifmosti ifodada yoki logarifm asosida qatnashgan tenglama logarifmik tenglama deyiladi.

Masalan: $\log_2 x = 4$; $\log_x 625 = 2$

Noma'lumning berilgan logarifmik tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiradigan qiymati logarifmik tenglamaning ildizi deyiladi.

a > 0, a ≠1 bo'lganda ushbu $\log_a x = b$ tenglama eng sodda logarifmik tenglama bo'ladi. Bu tenglamaning yechimi x =a^b bo'ladi.

Logarifmik tenglamalarni yechishda ushbu qoida ishlatiladi:

Teorema: a > 0, a ≠1 bo'lganda $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ tenglamaning ildizlari f(x)=g(x) tenglamaning f(x)>0(yoki g(x)>0) shartni qanoatlantiruvchi ildizlaridan iborat bo'ladi.

1-misol: $\log_5 x = -2$ tenglamani yeching.

Yechish: Tenglamani yechishda x > 0 shart ostida logarifm ta'rifidan foydalanamiz:

$\log_5 x = -2 \Rightarrow x = 5^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{25}$

$x = \frac{1}{25} > 0$ ekanidan topilgan bu qiymat berilgan tenglamaning ildizi bo'ladi.

Javob: $x = \frac{1}{25}$

2-misol: $\log_3(x^2-4)=\log_3(5x-8)$ logarifmik tenglamani yeching.

Yechish: Aniqlanish sohasini topamiz:

$$\begin{cases} x^2-4>0 \\ 5x-8>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-2)\cdot(x+2)>0 \\ 5x>8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\epsilon(-\infty;-2)\cup(2;\infty) \\ x>1{,}6 \end{cases} \Rightarrow x\epsilon(2;\infty)$$

Endi $x^2-4=5x-8$ tenglamani yechamiz:

$x^2-5x+4=0$ $\quad x_1=1$ va $x_2=4$

Noma'lumning $x_1=1$ qiymati $(2;\infty)$ to‘plamga tegishli emas, $x_2=4$ qiymati esa bu to‘plamga tegishli. Demak, $x_1=1$ qiymat berilgan tenglamaning chet ildizi, $x_2=4$ esa berilgan tenglamaning ildizi bo‘ladi.

Javob: x = 4.

Teorema: $\log_{f(x)} g(x)=b$ bo'lsa, u holda g(x)=$f(x)^b$. Bunda topilgan ildizlar f(x)>0, g(x)>0 va f(x)$\neq 1$ shartlarni qanoatlantirishi kerak.

3-misol: $\log_{x-1} 16=2$ tenglamani yeching.

Yechish

Dastlab

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \quad x\epsilon(1;2)\cup(2;\infty)$$

to'plamga tegishli bo'lishi kerak. Logarifm ta'rifidan foydalanamiz:

$\log_{x-1} 16=2$ $\quad (x-1)^2=16$

x-1=4 $\quad x_1$=5

x-1=-4 $\quad x_2=-3$

Javob: x=5.

4-misol: $\log_5\log_3\log_7 x=0$ tenglamani yeching

Yechish: Tenglamani yechishda logarifm ta'rifidan foydalanamiz:

$\log_5\log_3\log_7 x=0$ $\quad \log_3\log_7 x=5^0$

$\log_3\log_7 x=1$ $\quad \log_7 x=3$ $\quad$ x=7^3

Javob: x=343

5-misol: $\lg(x^2-3)\cdot\lg x=0$ tenglamaning ildizlarini toping.

Yechish:

Har bir ko‘paytuvchini 0 ga tenglashtiramiz:

$\lg(x^2-3)=0$ $\quad x^2-3=1$ $\quad x^2=4$ $\quad x_1=-2$ va $x_2=2$

lgx=0 $\quad x_3=1$

Aniqlanish sohasiga ko‘ra, x^2-3>0 va x>0 bo‘lishi kerak. Shu bois x = 2 ildiz bo‘la oladi.

Javob: x = 2.

Kvadrat tenglama keltiriladigan logarifmik tenglama

A$\cdot(\log_a x)^2$+B$\cdot(\log_a x)$+C=0 ko'rinishidagi tenglama $\log_a x=y$ belgilash yordamida A$\cdot y^2+B\cdot y+C=0$ kvadrat tenglamaga keltiriladi va uni yechib $y_1$va y_2 ildizlari topiladi. Topilgan ildizlarni ushbu tenglamaga qo'ysak, quyidagi

1) $\log_a x=y_1$ $\quad x_1=a^{y_1}$ $\qquad$ 2) $\log_a x=y_2$ $\quad x_2=a^{y_2}$

hosil bo'ladi.

6-misol: $(\log_3 x)^2$-3$\log_3 x + 2 = 0$ tenglamaning ildizlarini toping.

Yechish:

$\log_3 x = y$ deb belgilab olamiz, $y^2 - 3y + 2 = 0$ kvadrat tenglamani yechsak, $y_1 = 1$ va $y_2 = 2$ hosil bo'ladi

1) $\log_3 x = 1 \qquad x_1 = 3$

2) $\log_3 x = 2 \qquad x_2 = 9$

Javob: $x_1 = 3$ va $x_2 = 9$

Teorema: $(\log_a x)^2 + p\log_a x + q = 0$ tenglama ildizlari ko'paytmasini quyidagicha topamiz:

$$x_1 \cdot x_2 = a^{-p}$$

7-misol: $\lg\sqrt{5x-4}$+$\lg\sqrt{x+1}$=2+$\lg 0{,}18$ tenglamani yeching.

Yechish:

Bu tenglamaning aniqlanish sohasi 5x-4>0 va x+1>0, bundan x>$\frac{4}{5}$ bo'ladi. Tenglamani potensirlansa: $\sqrt{5x-4} + \sqrt{x+1}$=100· $0{,}18$

Bunda $5x^2 + x - 328 = 0$, bundan $x_1 = -\frac{41}{5}$ va $x_2 = 8$, $x_1 = -\frac{41}{5}$ bo'lgani uchun yechim bo'la olmaydi.

Javob: x=8

Logarifmik tenglamalar sistemasi

Logarifmik ifoda qatnashgan tenglamalarni o'z ichiga olgan sistema logarifmik tenglamalar sistemasi deyiladi. Logarifmik tenglamalar sistemasi ham ko'rsatkichli tenglamalar sistemasi kabi turli xil ko'rinishda bo'ladi. Ularning har birini yechishda ko'rsatkichli va logarifmik ifodalarning xossalari keng qo'llanadi hamda o'ziga xos yondashuv talab etiladi.

8-misol: $\begin{cases} \log_9 \frac{x^2}{\sqrt{y}} = \frac{1}{2} \\ \log_3 xy = 3 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

Yechish:

Sistemadagi logarifmik ifodalar ma'noga ega bo'lishi uchun

$$\begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{y}} > 0 \\ xy > 0 \end{cases}$$

tengsizliklar bajarilishi talab etiladi. $\frac{x^2}{\sqrt{y}} > 0$ tengsizlikda y>0 va $x \neq 1$ bo'lgandagina o'rinli. U holda sistemadagi ikkinchi xy > 0 tengsizlikdan x > 0 va

y > 0 bo'lishi zarurligi kelib chiqadi. Endi logarifm xossalaridan foydalanib x > 0 va y > 0 bo'lganda berilgan sistemani

$$\begin{cases} \log_9 x^2 - \log_9 \sqrt{y} = \frac{1}{2} \\ \log_3 x + \log_3 y = 3 \end{cases}$$

kabi qayta yozish mumkin. Sistema ushbu ko'rinishga keladi

$$\begin{cases} \log_3 x - \frac{1}{2}\log_3 y = \frac{1}{2} \\ \log_3 x + \log_3 y = 3 \end{cases}$$

Ikkinchi tenglamadan birinchi tenglamani ayirsak, $\log_3 y = 2 \quad y = 9$ kelib chiqadi. Endi sistemaning ikkinchi tenglamasiga y ning bu qiymatini qo‘yib, x noma’lumni topamiz va x=3 kelib chiqadi.

Javob: (3;9)

Xulosa

Logarifmik tenglamalarni yechish matematik tahlil va algebraik manipulyatsiyalarni talab qiladi. Ushbu tenglamalar ko‘plab sohalarda, xususan, ilmiy tadqiqotlar va amaliy hisoblashlarda keng qo‘llaniladi. Logarifmik tenglamalarni hal qilishda logarifmning asosiy xususiyatlaridan, masalan, ko‘paytirish, bo‘lish, va kuchaytirishni yig‘ish va ayirishga aylantirish kabi xususiyatlaridan foydalanish juda muhimdir.Logarifmik tenglamalarni yechish jarayonida eksponent shaklidan foydalanish va tenglamani soddalashtirish, yechimga tezda erishish imkonini beradi. Shuningdek, logarifmik tenglamalarni yechishda ijobiy qiymatlar va mumkin bo‘lgan noaniqliklar ham inobatga olinishi kerak, chunki logarifm faqat musbat sonlar uchun aniqlanadi.

Xulosa qilib aytganda, logarifmik tenglamalarni yechish uchun asosiy yondashuvlar algebraik manipulyatsiyalarni, logarifmik xususiyatlarni to‘g‘ri qo‘llashni va tenglamalarni eksponent shaklida qayta yozishni talab qiladi. Ushbu usullarni o‘rganish va amaliy misollarni yechish logarifmik tenglamalarni hal qilishning samarali va aniq usullarini taqdim etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Karimov I.A. «Kadrlar tayyorlashning milliy dasturi», T. «O'zbekistoll», 1997.

2. Azlarov T., Monsurov X Matematik analiz. -T.: «O'qituvchi». 1986.

3. Algebra va analiz asoslari: o'rta maktablarning 10-11 sinflari uchun darslik (Sh.O. Alimov, Yu.M.Kolyagin, Yu.V.Sidorov, M.I.Shabunin) T., «O'qituvchi», 1996 va uning keyingi nashrlari.

4. Alixonov S. «Geometriya darslarida umumlashtirish» T., «O'qituvchi», 1989.

5. Alixonov S. «Matematika o'qitish metodikasi». t., «O'qituvchi» 1992.

6. Alixonov S. -Matematika o'qitish metodikasi» Qayta ishlangan II nashri.

T., «O'qituvchi» 1997 va boshqalar elementar matematikadan masalalar.

7. Antonov K. P. To'plam. «O'qituvchi», 1975.

8. Bikboyeva N. U. va boshqalar «Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi», T., «O'qituvchi», 1996.

9. G'aybullayev N., Ortiqov. «Geometriya 7-sinfuchun darslik» T. «O'qituvchi», 1998.

1 O. G'aybullayev N., Ortiqov. «Geometriya 8-sinf uchun darslik» T. «O'qituvchi», 1999.

11. Galitskiy M.A. va boshqalar «Algebra va matematik analiz kursini chuqur o'rganish» T., «O'qituvchi», 1995.