

## LOGARIFMIK TENGSIZLIKLARNING ALGEBRAIK YECHIMLARI

O'ktamova Ferangiz Shuhratovna

Buxoro pedagogika instituti talabasi

**Annotatsiya:** Bu maqolada logarifmik tengsizlik haqida asosiy ma'lumotlar berildi. Teoremlar keltirilib, bu mavzuga oid misollar ishlandi. Turli xil ko'rinishdagi logarifmik tengsizliklarning yechilish usullari keltirib o'tildi.

**Kalit so'zlar:** Logarifmik tengsizlik, teorema, eslatma, logarifm asosi, aniqlanish sohasi.

Logarifmik tengsizliklar matematikada keng qo'llaniladigan va o'rganilishi zarur bo'lgan mavzulardan biridir.

Ushbu maqolada logarifmik tengsizliklarning algebraik yechimlarini o'rganish, ularni qanday hal qilish, va qanday usullar yordamida yechimga erishish haqida batafsil tushuntirish beriladi.

Logarifmik tengsizliklarni yechish, asosan, logarifmning xususiyatlari va algebraik manipulyatsiyalarni talab qiladi.

Logarifmik tengsizliklarning umumiy ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\log_b(f(x)) \bowtie \log_b(g(x)),$$

— algebraik ifodalar,

$b$  — logarifmning asosidir ( $b > 0$ ,  $b \neq 1$ ),

$\bowtie$  tengsizlik bo'lib, u quyidagi shakllarda bo'lishi mumkin:  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ , yoki  $\geq$ .

Logarifmik tengsizliklarni hal qilishda asosiy e'tibor logarifmning algebraik

$f(x)$  va  $g(x)$  xususiyatlariga qaratiladi.

Agar tengsizlik tarkibida  $\log_a x$  ifoda ishtirok etsa bunday tengsizlik logarifmik tengsizlik deyiladi.

**Teorema:** Agar  $a > 1$  va  $\log_a f(x) < b$  bo'lsa, u holda  $f(x) < a^b$  va  $f(x) > 0$  tengsizliklarning umumiy yechimini topish kerak.

**Eslatma:** Aniqlanish sohasiga ham qarash lozim.

1-misol:  $\log_{27} x > \frac{1}{3}$  tengsizlikni yeching.

**Yechish:**

Aniqlanish sohasi  $x > 0$ . Logarifm asosi 1 dan kattaligi va logarifm ta'rifidan foydalanamiz:

$$\log_{27} x > \frac{1}{3} \quad x > 27^{\frac{1}{3}} \quad x > \sqrt[3]{27} \quad x > 3$$

Javob:  $(3; \infty)$

2-misol:  $\log_3(3x - 1) < 2$  tengsizlikni yeching.

**Yechish:**

1) Aniqlanish sohasi  $3x - 1 > 0 \quad x > \frac{1}{3}$

2)  $3x - 1 < 3^2 \quad 3x < 10 \quad x < \frac{10}{3}$

Javob:  $(\frac{1}{3}; \frac{10}{3})$

Teorema: Agar  $0 < a < 1$  va  $\log_a f(x) < b$  bo'lsa,  $f(x) > 0$  va  $f(x) > a^b$  tengsizliklarning umumiy yechimini topamiz.

Eslatma: Logarifmlarni tashlab yuborish logarifm asosi birdan katta bo'lsa tengsizlik ishorasi o'zgaradi, agar asosi birdan kichik bo'lsa tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi.

3-misol:  $\log_{0,5}(2x - 1) > -2$  tengsizlikni yeching.

Yechish:

1) Aniqlanish sohasi  $2x-1 > 0 \quad x > \frac{1}{2}$

2)  $2x-1 < 0,5^2 \quad x < 2,5$

Javob:  $(\frac{1}{2}; 2,5)$

Teorema: Agar  $0 < a < 1$  va  $\log_a f(x) < \log_a g(x)$  bo'lsa, u holda  $f(x) > g(x)$  va  $g(x) > 0$  tengsizliklarni yechish kerak.

Agar  $0 < a < 1$  va  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$  bo'lsa, u holda  $f(x) > g(x)$  va  $f(x) > 0$  tengsizliklarni yechish kerak.

Teorema: Agar  $a < 1$  va  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$  bo'lsa, u holda  $f(x) > g(x)$  va  $g(x) > 0$  tengsizliklarni yechish kerak.

4-misol:  $\log_{0,5}(x + 5)^4 > \log_{0,5}(3x - 1)^4$  tengsizlikni yeching.

Yechish:

Izoh:  $(x + 5)^4$  ifoda doimo musbat, shuning uchun  $x+5 \neq 0$  ni yechish yetarli.

1. Aniqlanish sohasi  $x \neq -5$

2.  $(x + 5)^4 < (3x - 1)^4 \quad (x + 5)^2 < (3x - 1)^2$  tengsizlikni ishlasak,  
 $x^2 - 2x - 3 > 0$  va  $(-\infty; -1) \cup (3; \infty)$

3. (1) va (2) munosabatlarning umumlashmasini olamiz.

Javob:  $(-\infty; -5) \cup (-5; -1) \cup (3; \infty)$

5-misol:  $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 2) \leq 1$  tengsizlikni yeching.

Yechish:

1. Aniqlanish sohasi  $\begin{cases} x - 3 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \quad x > 3$

2.  $\log_2(x - 3)(x - 2) \leq 1 \quad x^2 - 5x + 6 \leq 2$   
 $x^2 - 5x + 4 \leq 0 \quad (x-1)(x-4) \leq 0$

3. (1) va (2) tengsizliklarning umumiy yechimini olamiz

Javob:  $(3; 4]$

6-misol:  $\log_7^2 x - 13 \log_7 x + 42 \geq 0$  tengsizlikni yeching.

Yechish:

$t = \log_7^2 x$  belgilash kiritamiz. Natijada

$$t^2 - 13t + 42 \geq 0$$

tengsizlik hosil bo'ladi.

$(t - 6)(t - 7) \geq 0$  tengsizlikni yechamiz.

Demak,  $t \leq 6$  yoki  $t \geq 7$  ekan.  $\log_7 x \leq 6$  yoki  $\log_7 x \geq 7$   $x > 0$ . Bundan,  $x \leq 7^6$  yoki  $x \geq 7^7$  tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Javob:  $(0; 7^6] \cup [7^7; \infty)$

7-misol:  $\log_{x+1}(x^2 + 2x + 1)^{x^2+2x+5} > 4x + 28$  tengsizlikni yeching.

Yechish

Tengsizlikni quyidagicha yozib olamiz:

$$\log_{x+1}(x^2 + 2x + 1)^{x^2+2x+5} > 4x + 28$$

Bu yerda ikkita hol bo'lishi mumkin.

1-hol:  $0 < x+1 < 1$        $-1 < x < 0$

$$\text{Bunda: } \begin{array}{l} 2(x^2 + 2x + 5) < 4x + 28 \qquad \qquad \qquad x^2 + 2x + 5 < 2x + 14 \\ x^2 - 9 < 0 \quad x \in (-3; 3) \quad -1 < x < 0 \quad x \in (-1; 0). \end{array}$$

2-hol:  $x+1 > 1$        $x > 0$

Bunda

$$2(x^2 + 2x + 5) > 4x + 28 \qquad x^2 + 2x + 5 > 2x + 14 \qquad x^2 - 9 > 0$$

tengsizlikdan  $(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$   $x > 0$  ekanligan  $x \in (3; \infty)$ .

1- va 2- hollarni birlashtirsak, tengsizlikning yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$x \in (-1; 0) \cup (3; \infty)$$

Javob:  $x \in (-1; 0) \cup (3; \infty)$ .

Xulosa

Logarifmik tengsizliklarning algebraik yechimlari matematik tahlil va algebraik manipulyatsiyalarni talab qiladi.

Logarifmning asosiy xususiyatlari va algebraik qoidalar yordamida tengsizliklarni yechish mumkin.

Yechish jarayonida logarifmik farqlarni birlashtirish, eksponent shaklida yozish va algebraik manipulyatsiyalarni to'g'ri qo'llash muhim ahamiyatga ega.

Ushbu usullarni bilish va amaliy misollarni o'rganish logarifmik tengsizliklarni tez va aniq yechishga yordam beradi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Karimov I.A. «Kadrlar tayyorlashning milliy dasturi», T. «O'zbekistoll», 1997.
2. Azlarov T., Monsurov X Matematik analiz. -T.: «O'qituvchi». 1986.
3. Algebra va analiz asoslari: o'rta maktablarning 10-11 sinflari uchun darslik (Sh.O. Alimov, Yu.M.Kolyagin, Yu.V.Sidorov, M.I.Shabunin) T., «O'qituvchi», 1996 va uning keyingi nashrlari.
4. Alixonov S. «Geometriya darslarida umumlashtirish» T., «O'qituvchi», 1989.
5. Alixonov S. «Matematika o'qitish metodikasi». t., «O'qituvchi» 1992.
6. Alixonov S. -Matematika o'qitish metodikasi» Qayta ishlangan II nashri. T., «O'qituvchi» 1997 va boshqalar elementar matematikadan masalalar.
7. Antonov K. P. To'plam. «O'qituvchi», 1975.
8. Bikboyeva N. U. va boshqalar «Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi», T., «O'qituvchi», 1996.

9. G'aybullayev N., Ortiqov. «Geometriya 7-sinfuchun darslik» T. «O'qituvchi», 1998.
10. O. G'aybullayev N., Ortiqov. «Geometriya 8-sinf uchun darslik» T. «O'qituvchi», 1999.
11. Galitskiy M.A. va boshqalar «Algebra va matematik analiz kursini chuqur o'rganish» T., «O'qituvchi», 1995.