ПРИЁМЫ АНАЛИТИКО-СИНТЕТИЧЕСКОГО ПОИСКА РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.

Сюткина Светлана Михайловна

Преподаватель математики высшей категории академического лицея Ташкентского государственного экономического университета, город Ташкент, Узбекистан

Аннотация: *В данной статье рассматривается применение аналитико-синтетического метода для решения геометрических задач, в статье приведены примеры применения анализа к поиску решения геометрических задач на вычисление, приведен план поиска решения задачи аналитико-синтетическим способом, также составлена граф-схема представляющая собой модель поиска решения задач.*

Ключевые слова: *поиск решения задачи, анализ, синтез, аналитико-синтетический метод, граф-схема.*

Совершенствование учебно-воспитательного процесса требует всемерного развития познавательной активности учащихся и формирования навыков их самостоятельной учебной деятельности. Формирование у учащихся этих качеств, в частности, происходит в процессе обучения решению математических задач.

В педагогической психологии установлено, что обучение учащихся решению задач наиболее эффективно в процессе поиска их решения. Обучение поиску не только раскрывает механизмы умственной и практической деятельности учащихся, но и развивает их творческое мышление.

Поиск решения задач осуществляется в основном с помощью аналитико-синтетического метода. В данной статье рассмотрим методику применения аналитико-синтетического метода к поиску решения геометрических задач на вычисление.

В методике обучения математике под анализом и синтезом понимают два противоположных по ходу рассуждения, применяемых при решении задач и доказательстве теорем.

Анализ – это рассуждение, идущее от искомого к тому, что дано.

Синтез – это рассуждение, идущее в противоположном направлении.

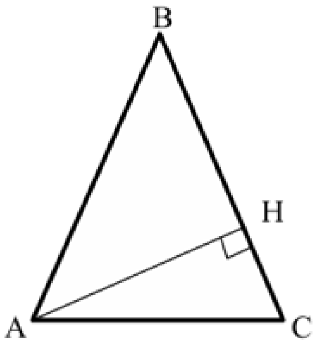
Анализ и есть поиск решения задачи, доказательства теоремы. Анализ и синтез неотделимы друг от друга, они сопутствуют друг другу, дополняют друг друга, составляя единый аналитико-синтетический метод.

Рассмотрим несколько примеров применения анализа к поиску решения геометрических задач на вычисление.

З а д а ч а 1. Вычислить площадь равнобедренного треугольника, если длина его высоты, проведенной к боковой стороне, равна 12 см, а длина основания равна 15 см.

Д а н о: $\Delta\, ABC, AB = BC, AH \perp BC, AH = 12$ см, $AC = 15$ см.

Н а й т и: $S_{\Delta\, ABC}$ А н а л и з.



1) Запишем формулу для нахождения площади треугольника

$$S = \frac{1}{2}\, BC \cdot AH,$$

Сторона BC треугольника неизвестна;

2) BC = AB, $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2}$, где BH неизвестно.

3) $BH = BC - HC$, где HC неизвестно;

4) HC из $\Delta\, ACH$ по теореме Пифагора: $HC = \sqrt{AC^2 - AH^2}$, где AC и AH известны.

Поиск решения данной задачи закончен. Здесь не были выполнены обоснования каждого шага поиска, так как они очевидны. Было обращено внимание на то, что неизвестно в каждой формуле, что надо искать. Действительно, обнаружив на первом шаге анализа, что величина BC неизвестна, мы подбираем необходимую формулу для ее отыскания. Этот процесс продолжается до тех пор, пока эти неизвестные величины не будут выражены через известные. Для того чтобы решить задачу, достаточно осуществить обратный (противоположный) переход от четвертого действия к первому. Для облегчения выполнения указанных в поиске решения действий можно последовательно выполнять соответствующие вычисления.

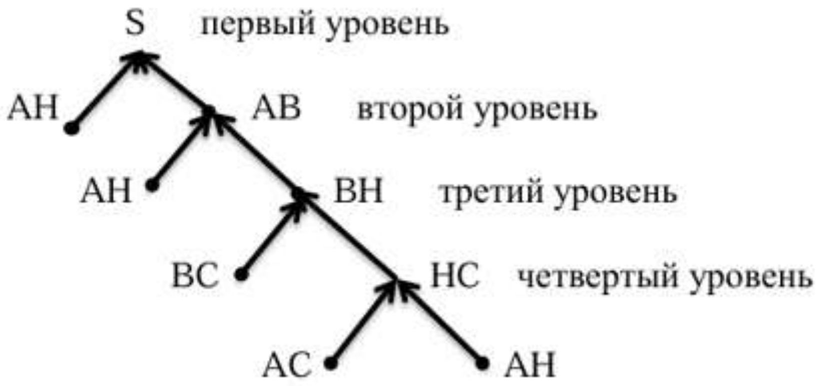
Анализ в процессе поиска решения задачи или доказательства теоремы может по форме быть либо нисходящим, либо восходящим. При нисходящем анализе, исходя из предположения об истинности доказываемого предложения, получают систему следствий, необходимых для существования доказываемого утверждения. Нисходящий анализ требует синтеза – противоположного хода рассуждений. Цель восходящего анализа - доказать, что известные (данные в условии) соотношения являются достаточными для существования заключения доказываемого предложения. Восходящий анализ содержит в себе и синтез, поэтому он не требует противоположного хода рассуждения.

Восходящий анализ имеет определенные методические преимущества: обеспечивает сознательное и самостоятельное отыскание доказательства; способствует развитию логического мышления; обеспечивает понимание и целенаправленность действий на каждом этапе рассуждения.

Схема метода проста. Она сводится к выяснению двух вопросов что требуется найти, доказать и что для этого достаточно знать?

Аналитико-синтетический поиск решения геометрических задач позволяет, как и в случае других типов задач, получить механизм выявления их структуры как сложных объектов.

Для выявления структуры рассмотренной выше задачи построим ориентированный граф поиска ее решения с помощью восходящего анализа. Используя выполненный ранее анализ, получим схему-граф:



Полученная граф-схема представляет собой модель поиска решения задачи, где для каждой вершины определено то или иное отношение.

План поиска решения задачи аналитико-синтетическим способом можно представить в виде следующей таблицы:

Указания	**Дополнительные указания**
1. Ознакомиться с задачей.	а) Выполнить чертеж, рисунок. б) Выделить данные и искомое. в)Проанализировать данные, выявить связи между ними и все возможные расположения фигур.
Поиск решения. 2. Попеременно двигаясь от искомых к данным и от данных к искомым, искать связь между ними.	а) Искомое заменить такими утверждениями, из которых оно следует. б) Получать следствия из данных. в) Использовать все данные.

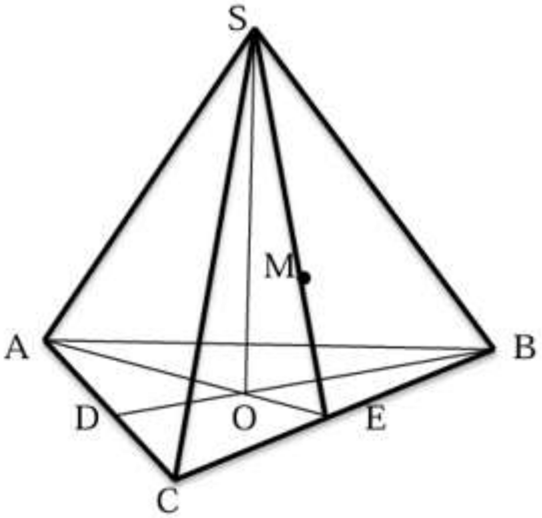
Рассмотрим задачу по стереометрии.

З а д а ч а 2. Найти объем правильной треугольной пирамиды, если плоский угол при вершине равен α, а радиус окружности, описанной около боковой грани, равен R.

Д а н о: SABC – правильная треугольная пирамида, MS – радиус окружности, описанной около боковой грани, MS = R, ∠BSC= α.

Н а й т и: V пирамиды

А н а л и з.



1) Выпишем формулу нахождения объема пирамиды $V = \frac{1}{3} S \cdot H$, где для $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, a = BC, H = SO$, BC и SO неизвестны.

2) Из ΔBCS по теореме синусов: $\frac{BC}{\sin \angle BSC} = 2R$, отсюда $BC = 2 \cdot SM \cdot \sin \angle BSC$, где SM и $\angle BSC$ известны;

3) Из ΔBOS по теореме Пифагора: $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2}$, где SB и OB неизвестны;

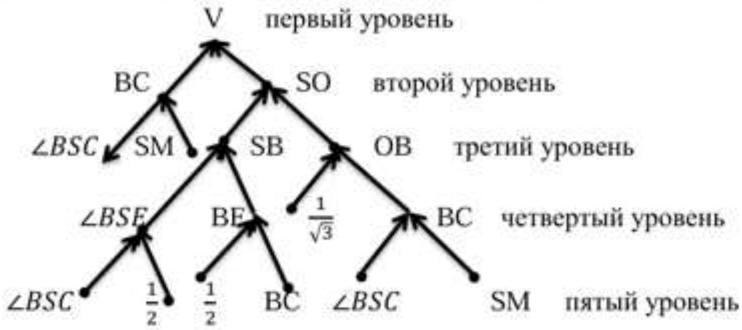
4) Из ΔBES (прямоугольный): $SB = \frac{BE}{\sin \angle BSE}$, где BE и $\angle BSE$ – неизвестны;

5) $BE = \frac{1}{2} BC$, где BC найдено в пункте 2;

6) $\angle BSE = \frac{1}{2} \angle BSC$, где $\angle BSC$ известен;

7) $OB = \frac{1}{\sqrt{3}} BC$, т. к. OB – радиус окружности, описанной около ΔABC, BC найдено в пункте 2.

Поиск решения задачи закончен. Граф-схема этой задачи будет выглядеть так:



Итак, геометрические задачи удобно решать с конца, т. е. сначала выписываем формулу для искомой величины, затем смотрим что неизвестно для нахождения искомого. Последовательно находим эти неизвестные величины, используя данные задачи, и подставляем в формулу.

Для прочного усвоения учащимися аналитико-синтетического поиска решения геометрических задач на вычисление необходима его отработка на конкретных задачах в условиях организации в обучении коллективных форм деятельности учащихся. Переход к индивидуальной форме деятельности учащихся путем организации самостоятельной работы возможен лишь после того, как ими осознана сущность этого метода.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Постановление президента Республики Узбекистан от 7 мая 2020 года № ПП-4708 «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики».

2. «О дополнительных мерах по повышению качества образования в высших образовательных учреждениях и обеспечению их активного участия в осуществляемых в стране широкомасштабных реформах» от 5 июня 2018 года № ПП-3775.

3. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990.

4. Справочное пособие по методам решения задач по математике для средней школы. Цыпкин А. Г., Пинский А. И./Под ред. В. И. Благодатских. – М. Наука, 1989.

5. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы. Под ред. М. И. Сканави. – М.: Мир и образование, 2013.