TEOREMA ISBOTLASH USULLARINI O'QITUSHDA PREDIKATLAR ALGEBRASI FORMULALARIDAN FOYDALANISH

[1]Mamadaliyev Kamildjan Bazarbayevich
[2]Mamadaliyev Baxtiyor Kamildjanovich
[1]Andijon davlat universiteti dotsenti,
[2]Andijon davlat universiteti v.b.dotsenti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada talabalarning teorema isbotlash va tengsizlik yechish qobiliyatlarini rivojlantirishda predikatlar algebrasi elementlaridan foydalanishning ahamiyati misollar yordamida ochib berilgan. Shuningdek maqolada ko'rib chiqilgan misollardan talabalarga teoremalarni isbotlash va ikki o'zgaruvchili tengsizliklar sistemasini yechish usullarini o'rgatishda, shuningdek kreativ qobiliyatli talabalar bilan ishlashda va matematika fanidan to'garak mashg'ulotlarini tashkil qilishda foydalanish mumkin.*

Kalit so'zlar: *ikki oz'garuvchili tengsizliklar, tengsizliklar kon'yunksiyasi, tengsizliklar tengkuchli formulalar, teorema isboti, predikat rostlik sohasi, kreativ qobiliyat.*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМУЛЫ АЛГЕБРЫ ПЕРДИКАТОВ ОБУЧЕНИИ СПОСОБЫ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ ТЕОРЕМ

[1]Мамадалиев Камилджан Базарбаевич
Мамадалиев Бахтиёр Камиджанович,
[1]доцент Андижанского государственного университета
[2]доцент Андижанского государственного университета

Аннотация: *В данной статье на примерах раскрывается важность использования элементов алгебры предикатов в развитии у учащихся навыков доказательства теорем и решения неравенств. Также на рассмотренных в статье примерах обучение студентов методам доказательства теорем и решения системы неравенств с двумя переменными, его также можно использовать для работы со студентами с творческими способностями и для организации групповых занятий по математике.*

Ключовые слова: *Неравенства, предикат, область истинности предиката, равносильные формулы, теорема, доказательство теоремы, способы доказательств.*

Mamlakatimizda ta'lim muassasalarida ta'lim-tarbiya masalasi umummilliy masala deb e'tirof etilib jamiyatning yangilanishi, hayot taraqqiyoti va istiqboli, ta'lim tizimida islohatlar samaradorligi yuqori darajaga erishildi. Bunda "yoshlarni jismonan sog‘lom, ruhan va aqlan rivojlangan, vatanga sodiq, qa’tiy hayotiy nuqtai nazarga ega yoshlarni tarbiyalash, demokratik islohatlarni chuqurlashtirish va fuqarolik jamiyatini rivojlantirish jarayonida ularning ijtimoiy faolligini oshirish”[67] kabi muhim vazifalar belgilangan. Fan, ta’lim va ishlab chiqarish sohalarida olib borilayotgan islohatlar natijasida ta’lim tizimida barcha fanlar qatori matematika fanining ham o‘quv-me’yoriy hujjatlari, moddiy-texnik bazasi yangilanmoqda. Hozirgi kunda davlatimiz tomonidan ta’lim sohasini rivojlantirishga, ayniqsa fan asoslarini chuqur o‘rgangan kerativ qobiliyatli o‘qituvchilar tayyorlash masalalasiga alohida e’tibor qaratilmoqda. Talabalarga fan asoslarini atroflicha o‘rgatishda ularning mantiq fani elementlaridan, keltirib chiqarish qoidalaridan foydalana olish qobiliyatlarini rivojlantirish muhum hisoblanadi.

Kreativ qobiliyatli talabalar muammosi qator psixolog va pedagog olimlarining ilmiy tadqiqotlarida o‘z aksini topgan. Ushbu muammoning turli hil yo‘nalishlari bo‘yicha O.Musurmonova[68], N.Muslimov[69] ilmiy izlanishlarida kreativlik sifatlarini rivojlantirishga ta’sir etuvchi ijtimoiy omillar, shaxsning faolligi, shuningdek, talabalarda tanqidiy, kreativ tafakkurni shakllantirish yo‘llari va shakllari, mavjud pedagogik shart-sharoitlari, didaktik ta’minoti, shuningdek pedagogik kreativlik mazmuni yoritilgan bo’lib, A.Yunusovning[70] o‘quv-qo‘llanmasida predikat tushunchasining mazmun mohiyati ochib berilgan.

Maqolada talabalarga teoremalarni teskarisidan faraz qilish usuli bilan isbotlashni va tengsizliklar yechishni o’rgatishda predikatlar algebrasi formulalaridan foydalanishning afzalliklari ochib berilgan. Predikatlar algebrasining tengsizliklar sistemasini yechishga tadbiqlarini o‘rganishda uning tengkuchli formulalarini bilish muhum hisoblanadi. Biz predikatlar algebrasining quyidagi teng kuchli formulalaridan foydalanamiz:

Biz predikatlar algebrasining quyidagi teng kuchli formulalaridan foydalanamiz:

$$P(x,y)\wedge(S(x,y)\vee Q(x,y)) \equiv P(x,y)\wedge S(x,y)\vee P(x,y)\wedge Q(x,y) \quad (1)$$

$$P(x,y)\vee S(x,y)\wedge Q(x,y) \equiv (P(x,y)\vee S(x,y))\wedge(P(x,y)\vee Q(x,y)) \quad (2)$$

$$\overline{P(x,y)\wedge S(x,y)} \equiv \bar{P}(x,y)\vee\bar{S}(x,y) \quad (3)$$

$$\overline{P(x,y)\vee S(x,y)} \equiv \bar{P}(x,y)\wedge\bar{S}(x,y) \quad (4)$$

$$P(x,y) \Rightarrow S(x,y) \equiv \bar{P}(x,y)\vee S(x,y) \quad (5)$$

$$P(x,y) \Rightarrow S(x,y) \equiv \bar{S}(x,y) \Rightarrow \bar{P}(x,y) \quad (6)$$

$$P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y) \equiv P(x,y)\wedge S(x,y)\vee\bar{P}(x,y)\wedge\bar{S}(x,y) \quad (7)$$

$$P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y) \equiv (\bar{P}(x,y)\vee S(x,y))\wedge(\bar{S}(x,y)\vee P(x,y)) \quad (8)$$

Tengsizliklar predikatlardan iborat bo‘lgani uchun tengsizlikni yechish masalasi predikatning rostlik sohasini topish masalasiga keladi. $\mathcal{R}$ haqiqiy osnlar to‘plami,

[67] Ўзбекистон Республикаси Президентининг Фармони. Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида / Ўзбекистон Республикаси қонун хужжатлари тўплами, 2017 й., 6-сон, 70-модда.

[68] Musurmonova O. O‘quvchilarning ma’naviy madaniyatini shakllantirish.-T.: Fan, 1993.-112b

[69] Muslimov N.A. Kasb ta’limi o‘qituvchilarini kasbiy shakllantirishning nazariy – metodik asoslari.: Avtoref. diss. ... ped. fan. dokt. – T.: 2007. – 45 b

[70] Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T.: “Yangi asr avlodi”, 2006.

P(*x*,*y*) va *S*(*x*,*y*) lar $\mathcal{R}^2$ to'plamda aniqlangan predikatlar bo'lsin. Bu predikatlarning rostlik sohalarini mos ravishda E_p va E_s lar bilan, *P*(*x*,*y*) predikatning inkorini $\bar{P}(x,y)$ bilan va $\mathcal{R}^2 \backslash E_p$ to'plamni $\bar{E}_p$ bilan belgilaymiz. $\bar{P}(x,y)$, $P(x,y) \vee S(x,y)$, $P(x,y) \wedge S(x,y)$, $P(x,y) \Rightarrow S(x,y)$ va $P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)$ predikatlarning rostlik sohalarini topishda quyidagi teoremalardan foydalanamiz.

1-teorema. $E_{\bar{p}} = \bar{E}_p$.

Isbot. $E_{\bar{p}}$ to'plamning ixtiyoriy elementini $\overline{E_p}$ to'plamga tegishli ekanligini va $\bar{E}_p$ to'plamga tegishli ixtiyoriy elementning $E_{\bar{p}}$ to'plamga ham tegishli bo'lishini ko'rsatamiz. (*x*,*y*) – $E_{\bar{p}}$ to'plamga tegishli ixtiyoriy element bo'lsin. U holda $\bar{P}(x,y) = 1$ bo'ladi. Bundan $P(x,y) = 0$ va $(x,y) \notin E_p$ bo'lishi kelib chiqadi. Bundan va $(x,y) \in \mathcal{R}^2$ ekanligidan $(x,y) \in \mathcal{R}^2 \backslash E_p = \bar{E}_p$, ya'ni $(x,y) \in \bar{E}_p$ bo'lishi kelib chiqadi. Endi $\bar{E}_p$ to'plamga tegishli ixtiyoriy elementni $E_{\bar{p}}$ to'plamga ham tegishli bo'lishini ko'rsatamiz: $(x,y) \in \overline{E_p} \Rightarrow (x,y) \notin E_p \Rightarrow P(x,y) = 0 \Rightarrow \bar{P}(x,y) = 1 \Rightarrow (x,y) \in E_{\bar{p}}$. Teorema isbot bo'ldi.

2-teorema. $E_{p \vee s} = E_p \cup E_s$.

Isbot. $(x,y) \in E_{p \vee s} \Rightarrow (P(x,y) \vee S(x,y) = 1) \Rightarrow ((P(x,y) = 1) \vee (S(x,y) = 1)) \Rightarrow \left((x,y) \in E_p\right) \vee \left((x,y) \in E_s\right) \Rightarrow (x,y) \in E_p \cup E_s$.

$\forall (x,y) \in E_p \cup E_s \Rightarrow (x,y) \in E_p \vee (x,y) \in E_s \Rightarrow (P(x,y) = 1) \vee (S(x,y) = 1)$
$\Rightarrow P(x,y) \vee S(x,y) = 1 \Rightarrow (x,y) \in E_{p \vee s}$. Teorema isbot bo'ldi.

3-teorema. $E_{p \wedge s} = E_p \cap E_s$.

Isbot. $(x,y) \in E_{p \wedge s}$ bo'lsin. Bundan, $P(x,y) \wedge S(x,y) = 1 \Rightarrow (P(x,y) = 1) \wedge (S(x,y) = 1) \Rightarrow \left((x,y) \in E_p\right) \wedge \left((x,y) \in E_s\right) \Rightarrow (x,y) \in E_p \cap E_s$.

$(x,y) \in E_p \cap E_s$ bo'lsin, $\Rightarrow$ $\left((x,y) \in E_p\right) \wedge \left((x,y) \in E_s\right) \Rightarrow (P(x,y) = 1) \wedge (S(x,y) = 1) \Rightarrow P(x,y) \wedge S(x,y) = 1 \Rightarrow (x,y) \in E_{p \wedge s}$. Teorema isbot bo'ldi.

Talabalarga predikatlar algebrasining tengkuchli formulalaridan foydalanib isbotlashga doir masalalar yechishni o'rgatishda quyidagi teoremalardan foydalanish mumkin.

4-teorema. $E_{p \Rightarrow s} = \overline{E_p} \cup E_s$.

5-teorema. $E_{p \Leftrightarrow s} = (E_p \cap E_s) \cap (\bar{E}_p \cap \bar{E}_s)$.

6-teorema. $E_{p \Leftrightarrow s} = (\bar{E}_p \cup E_s) \cap (\bar{E}_s \cup E_p)$.

7-teorema. $(\forall (x,y) \in R^2)(P(x,y) \Rightarrow S(x,y)) \Rightarrow (E_p \subset E_s)$.

8-teorema. $E_p \subset E_s \Rightarrow (\forall (x,y) \in R^2)(P(x,y) \Rightarrow S(x,y))$.

9-teorema. $(\forall (x,y) \in R^2)(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)) \Rightarrow (E_p = E_s)$.

10-teorema. $(E_p = E_s) \Rightarrow (\forall (x,y) \in R^2)(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y))$ [1, 5b].

Bu teoremalar teskarisidan faraz qilish usuli bilan oson isbotlanadi. Biz 9-va 10-teoremalarni isbotini keltirish bilan cheklanamiz.

9-teorema.

$(\forall(x,y) \in R^2)(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)) \Rightarrow (E_p = E_s)$.

Isbot. Teskarisidan faraz qilish usulidan foydlanamiz. Berilgan teoremani o‘rniga unga teng kuchli bo‘lgan, quyidagi

$\overline{E_p = E_s} \Rightarrow \overline{(\forall(x,y) \in R^2)(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y))}$ teoremani isbot qilamiz:

$\overline{E_p = E_s}$=1 bo’lsin. U holda $E_p \neq E_s$ bo’ladi. Bundan

$(\exists(x,y) \in R^2)((x,y) \in E_p) \wedge ((x,y) \notin E_s))$ .Ya’ni

$(\exists(x,y) \in R^2)(P(x,y) = 1) \wedge (S(x,y) = 0))$ bo’ladi. Bu holda

$P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y) = 0 \Rightarrow (\exists(x,y) \in R^2)\big(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)\big) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\forall(x,y) \in R^2)\big(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)\big) = 0 \Rightarrow$

$(\forall(x,y) \in R^2)\big(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)\big) = 1$. Teorema isbot bo’ldi.

10-teorema. Isbot. Teskarisidan faraz qilish usulidan foydalanamiz.

$\overline{(\forall(x,y) \in R^2)\big(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)\big)} \equiv (\exists(x,y) \in R^2)\overline{(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y))} \equiv$

$\equiv (\exists(x,y) \in R^2)\overline{(P(x,y) \wedge S(x,y) \vee \bar{P}(x,y) \wedge \bar{S}(x,y))} \equiv$

$\equiv (\exists(x,y) \in R^2)(\big(\bar{P}(x,y) \vee \bar{S}(x,y)\big) \wedge \big(P(x,y) \vee S(x,y)\big)) \equiv$

$\equiv (\exists(x,y) \in R^2)(\bar{P}(x,y) \wedge S(x,y) \vee \bar{S}(x,y) \wedge P(x,y))$.

Bundan

$\equiv (\exists(x,y) \in R^2)((\bar{P}(x,y) \wedge S(x,y) = 1) \vee (\bar{S}(x,y) \wedge P(x,y) = 1)) \equiv$

$(\exists(x,y) \in R^2)((\bar{P}(x,y) = 1) \wedge (S(x,y) = 1) \vee (\bar{S}(x,y) = 1) \wedge (P(x,y) = 1)) \equiv$

$(\exists(x,y) \in R^2)((P(x,y) = 0) \wedge (S(x,y) = 1) \vee (S(x,y) = 0) \wedge (P(x,y) = 1)) \equiv$

$(\exists(x,y) \in R^2)(\big(\overline{(x,y) \in E_p}\big) \wedge ((x,y) \in E_s) \vee \big(\overline{(x,y) \in E_s}\big) \wedge \big((x,y) \in E_p\big)) \Longrightarrow$

$\Longrightarrow \overline{E_p = E_s} \Longrightarrow E_p \neq E_s$. Teorema isbot bo’ldi.

9-10-teoremalardan quyidagi natija kelib chiqadi.

Natija. $\big(E_p = E_s\big) \Leftrightarrow (\forall(x,y) \in R^2)\big(P(x,y) \Leftrightarrow S(x,y)\big)$.

2-misol. $|x + y| < 2$ tengsizlikni yeching.

Yechish. Berilgan tengsizlikni Q(x,y) bilan belgilaymiz. U holda berilgan masala Q(x,y) predikatning rostlik sohasi (E_q) ni topish masalasiga keladi.

$Q(x,y) \equiv (x + y > -2) \wedge (x + y < 2) \equiv (y > -x - 2) \wedge (y < -x + 2)$

Q(x,y) predikatning rostlik sohasi *y*=-*x*-2 va *y*=-*x*+2 parallel to‘g‘ri chiziqlar orasidagi sohadan iborat. $E_p \subset E_q$ bo‘ladi. Bundan

$(\forall(x,y) \in R^2)(|x| + |y| < 2 \Longrightarrow |x + y| < 2)$

formulaning teorema ekanligi kelib chiqadi.

Quyidagi formulalarning teorema bo‘lish yoki bo’lmasligini aniqlang.

$(\forall(x,y) \in R)(|x + y| \Longrightarrow |x| + |y| < 2)$

$(\forall(x,y) \in R)(\overline{x^2 + y^2 < 4} \Longrightarrow \overline{|x + y| < 2})$

$(\forall(x,y) \in R)(x^2 + y^2 < 4 \Longrightarrow |x| + |y| < 2)$

$(\forall(x,y) \in R^2)(|x| + y > 2 \Longrightarrow x + |y| < 2)$. [2, 5b]

3-misol. *R*² to’plamda aniqlangan

$P(x,y)$: "$x^2 + y^2 \leq 2$ va $S(x,y)$: "$x^2 + y \leq 2$ predikatlar berilgan.

Quyidagi formulalarning qaysilari chin mulohaza (teorema) bo‘ladi.

3.1. $(\forall(x,y)\in R^2)(P(x,y)\Longrightarrow S(x,y))$
3.2. $(\forall(x,y)\in R^2)(S(x,y)\Rightarrow P(x,y))$
3.3. $(\forall(x,y)\in R^2)(\overline{S(x,y)}\Rightarrow \overline{P(x,y)})$
3.4. $(\forall(x,y)\in R^2)(\overline{P(x,y)}\Longrightarrow \overline{S(x,y)})$
3.5. $(\forall(x,y)\in R^2)(P(x,y)\Leftrightarrow S(x,y))$
3.6. $(\forall(x,y)\in R^2)(\overline{P(x,y)}\vee S(x,y))$
3.7. $(\forall(x,y)\in R^2)\left(\left(P(x,y)\Longrightarrow \overline{S(x,y)}\right)\Rightarrow \left(\overline{S(x,y)}\vee \overline{P(x,y)}\right)\right)$
3.8. $(\forall(x,y)\in R^2)(\overline{P(x,y)}\Leftrightarrow S(x,y))$
3.9. $(\forall(x,y)\in R^2)(P(x,y)\wedge S(x,y)\Leftrightarrow P(x,y))$
3.10. $(\forall(x,y)\in R^2)(P(x,y)\Rightarrow P(x,y)\wedge S(x,y))$. [3, 6b]

3.1-formula chin mulohaza bo‘ladi. Chunki $P(x,y)\colon x^2+y^2\leq 2$ predikatning rostlik sohasi E_p markazi koordinata boshida va radyusi $r=\sqrt{2}$ ga teng bo‘lgan doira nuqtalari to‘plamidan va $S(x,y)\colon x^2+y\leq 2$ predikatning rostlik sohasi $A(0;2)$, $B(-\sqrt{2};0)$, $C(\sqrt{2};0)$ nuqtalardan o‘tgan paraboladan va uning quyi qismida yotgan sohadan iborat.

$E_p\subset E_s$ ekanligi yaqqol ko‘rinib turibdi. Shuning uchun $P(x,y)=1$ bo‘lsa $(x,y)\in E_p$ bo’ladi. Bu holda (x,y) nuqta E_s ga ham tegishli bo’ladi, ya’ni $S(x,y)=1$ bo‘ladi. Bundan va implikasiya amalining ta’rifidan $P(x,y)\Rightarrow S(x,y)=1\Rightarrow 1=1$ tenglik hosil bo‘ladi. Demak, 3.1-formula haqiqatan ham chin mulohaza (teorema) ekan.

3-misoldagi qolgan formulalarning teorema yoki teorema emasligi shunga o‘xshash aniqlanadi.

Formulaning yolg‘on mulohaza ekanligini ko‘rsatish uchun $P(x,y)$ ni chin mulohazaga aylantiruvchi birorta (x,y) juftlik uchun $S(x,y)=0$ bo‘lishini keltirib chiqarish kifoya. Bundan ko‘rinadiki agar formula yolg‘on mulohaza bo‘lsa uni ko‘rsatish ko‘p qiyinchiliklar tug‘dirmaydi. Masalan $(0;2)$ jiftlik uchun $S(0;2)$-chin va $P(0;2)$-yolg‘on mulohaza bo‘ladi. Demak, 3.2-formula yolg‘on mulohaza ekan.

Yuqorida keltrilgan misollardan va formulalardan talabalarga teoremalarni atroflicha tahlil qilishni, uni predikatlar yordamida formula shaklida yozishni va tizimli isbotlashni o‘rgatishda foydalanish mumkin. Talabalarga matematik mantiq fani qonuniyatlari, keltirib chiqarish qoidalari, tengkuchli formulalari va ularning tadbiqlari chuqur va atroflicha o‘rgatib borilsa, ularning matematik masalalarni eng sodda usullarda, tez va hatosiz yechish qobiliyatlari rivojlanib boradi.

ADABIYOTLAR:

1. Mamadaliyev Baxtiyor Kamildjanovich. Bo‘lajak boshlang‘ich sinf o‘qituvchilarining kreativ qobiliyatini rivojlantirishda predikatlar algebrasi elementlaridan foydalanish // INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL

VOLUME1ISSUE8UIF-2022:8.2|ISSN:2181-3337.
http://scientists.uz/uploads/202208/B-52.pdf

2. K.B.Mamadaliyev, B.K.Mamadaliyev. Use of Elements of Predicate Algebra in Solving Proof Problems // Central asian journal of theoretical and applied sciences. Volume: 02 Issue: 08 | Aug 2021 ISSN: 2660-5317.
https://cajotas.centralasianstudies.org/index.php/CAJOTAS/article/view/219.

3. Mamadaliyev Kamildjan Bazarbayevich, Mamadaliyev Baxtiyor Kamildjanovich. Ikki o‘zgaruvchili tengsizliklar kon’yunksiyasi va diz’yunksiyasi // EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. Том2 №11
https://in-academy.uz/index.php/EJMTCS/article/view/5395

4. https://agir.academiascience.org/index.php/agir/article/view/126/115