EHTIMOLLIKNING GEOMETRIK VA STATISTIK TA'RIFI

Raxmatulloyeva Matluba
O'zbekiston respublikasi IIV 1 son Toshkent akademik litseyi

Ehtimollar nazariyasi hozirgi zamon matematikasining muhim tarmoqlaridan biridir. Ehtimollar nazariyasining tushunchalari XVII asrning o'rtalaridan vujudga kela boshladi, uning vujudga kelishi gollondiyalaik X. Gyuygens (1629-1695), fransuzlar B. Paskal (1623-1662), P. Ferma (1601-1665)va kelib chiqishi niderland bo'lib, Shveysariyaning Bazel shahrida tug'ilgan Y. Bernulli (1654-1705) kabi buyuk matematiklarning nomlari bilan bog'liqdir.

1. Ehtimollar nazariyasining dastlabki tushunchalari Paskal va Fermalarning mantiqiy o'yinlari bilan bog'liq bo'lgan masalalarga doir o'zaro yozishmalarida shakllana boshlangan. Ularning Yozishmalari ehtimol, matematik kutilma kabi muhim tushunchalar uchraydi. Bu buyuk olimlar ommaviy tasodifiy hodisalar zamirida aniq qonuniyatlarning vujudga kelishiga ishonar edilar.
2. O'sha davrda tabiiy fanlar rivojlanishining past darajada bo'lgani tufayli ehtimollar nazariyasining tushunchalari va metodlarining yaratilishida qimor o'yinlari hamda sug'urta va demografiya masalalari uzoq vaqtgacha yagona vosita bo'lib xizmat qilgan. Shuning uchun ehtimollar nazariyasining metodlari bilan yechiladigan masalalar asosan soda-arif metik va kombinatorika usullari bilan yechishga olib kelinar edi.
3. Tabiiy fanlar talabi (kuzatishdagi xatolar nazariyasi , otish nazariyasi masalalari, statistika muammolari, birinchi navbatda, aholini hisobga olish statistikasi) ehtimollar nazariyasini rivojlantirish va analitik metodlardan foydalanishni zarur qilib qo'ydi.
4. Ehtimollar nazariyasining analitik metodlarini rivojlantirishda fransuz matematiklari A. Muavr (1667-1754), P. Laplas (1749-1827), S. Puasson (1781-1840), nemis matematigi K.Gauss (1777-1855) kabi olimlarning hissalari kattadir.
5. XIX asrning o'rtalarida XX asrning 20-yillarigacha bo'lgan davrda ehtimollar nazariyasining rivojlanishi rus olimlarining nomlari bilan bog'liq. Ayniqsa, V. Y. Bunyakovskiy (1804-18890 ehtimollar nazariyasidan yozilgan kitob muallifi, ehtimollar nazariyasining rus tilidagi atamalarining ijodkori, statistika va demografiya sohasida ajoyib tadqiqotlar olib borgan.

Bog'liqmas tasodifiy hodisalar. Sinashlar ushbu shartlar bilan takror o'tkazilayotgan bo'lsin:

1) bir sinash natijasi ikkinchisiga bog'liq emas (erkli), ya'ni sinashda biror A hodisaning ro'y berish bermasligi uning boshqa sinashlarda ro'y bergan-bermaganligiga bog'liq emas;

2) har qaysi sinash ikki natijaga ega: A hodisa yo ro'y beradi, yoki ro'y bermaydi;

3) agar sinashda A hodisaning ro'y berish ehtimolligi o'zgarmas p songa teng bo'lsa, ro'y berish bermaslik ehtimolligi $q=1-p$ bo'ladi.

Oldingi misollarda takroriy erkli sinashlar qaralgan edi. Jumladan, nishonga bir necha marta o'q otish (bundan ikki natijadan bir o'rinli bo'ladi-o'q nishonga tegadi yyoki tegmaydi); detallarni yaroqli yoki yaroqliligi bo'yicha takror nazoratdan o'tkazish; tanganing ko'p marta tashlanishi (har tashlashda gerb tomoni bilan tushishi yoki tushmasligi).

Agar birinchi sinash m ta teng ehtimolli natijalarga, ikkinchi sinash n ta shunday natijalrga ega bo'lsa, bunday natijalardan jami mn ta juftlik tuzish mumkin. Jumladan, *A* hodisaga birinchi sinashning *k* ta $a_1, ..., a_k$ natijalari, *B* ga ikkinchi sinashning *l* ta $b_1, b_2, ..., b_1$ natijalari qulaylik tug'dirsin. U holda $A\cap B$ hodisaga barcha (a_i, b_j), $i=1; k, j=1;$ juftliklar qulaylik tug'diradi. Ular kl ta.Shunga ko'ra $A\cap B$ hodisaning ehtimolligi $P(AIB)=\frac{kl}{mn}$ ga teng. Lekin $P(A)=\frac{k}{m}$, $P(B)=\frac{1}{n}$ va $\frac{kl}{mn}=\frac{k}{m}\cdot\frac{1}{n}$ demak,

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$,

ya'ni ikki *A* va *B* erkli tasodifiy hodisaning birgalikda ro'y berish ehtimolligi ularning har birining ro'y berish ehtimolliklarining ko'paytmasiga teng:

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$. (1)

Agar A va B hodisalar bog'liqmas bo'lsa, A bilan B, A bilan B, Abilan B hodisalar ham bog'liqmas bo'ladi va ushbu tenglikka ega bo'lamiz:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)$. (2)

Shartli ehtimollik. A hodisa B hodisa bergandagina ro`y bersin. A hodisa B hodisa berishi shartida ro`y berishini A\B orqali belgilaymiz. A\B hodisa ro'y berishining ehtimolligi shartli ehtimollik deyiladi va u ushbu formula bo'yicha hisoblanadi:

$P(A\backslash B)=P(A\cup B)/P(B)$, $(P(B)>0)$. (1)

O'yin kubi tashlangan bo'lsin. Har bir "1", "2", ..., "6" raqamning tushish ehtimolligi 1/6 ga teng va P("1")+...+P("6")=1 tenglik o'rinlidir. U holda B-"juft rqaqam tushish" hodisasi ehtimolligi P(B)=3/6=1/2 bo'ladi. Faqat juft raqam tushadigan bo'lsa, u holda toq raqamlarning tushish ehtimolligi nolga aylanadi; $P(A_1)= P(A_3)= P(A_5)=0$. Shunga ko'ra juft raqamlar tushish ehtimolligi biror λ son marta ortadi. Masalan, "2" ochko tushish ehtimolligi oldin

P("2") =1/6 edi, endi λ P("2") = λ·1/6 bo'ladi.

Bizda

$R(A_1) +P(A_2) +... +P(A_6)=1$ bo'lganidan

λR("2") + λR("4")+ λP("6")=1, yoki λ(P("2")+ λP("4")+ λP("6"))= λP(B)=1,

bunda:

$\lambda =1/P(B)$. (2)

Endi biror A hodisaning b hodisaning ro'y berishi shartida ro'y berish ehtimolligini hisoblash masalasiga o'tamiz. A hodisaga qulaylik tug'diruvchi natijalardan ba'zilari B ga ham qulaylik tug'diruvchi natijalardan ba'zilari B ga ham qulaylik tug'dirishi mumkin va shunga ko'ra ularning ehtimolligi λ =1/P(B) marta ortadi. Aga qulaylik tug'dirsa-da, B ga noqulay bo'lgan natijalar ehtimolligi nolga aylanadi. Birinchi tur natijalar A∩B hodisani tashkil qiladi. U holda P(A\B)= λP(A∩B) ga, ya'ni (1) munosabatga ega bo'lamiz.

1-misol. 15yigit va 10 qizdan iborat guruhda sportchilar 8 kishi, shunda 3 tasi qiz bola. Tavakkaliga bir o'quvchi tanlangan. B- "tanlkngan o'quvchi-sportchi", A-"qiz bola tanlangan", A∩B-"sportchi bilan shug'ullanuvchi qiz bola tanlang" hodisalari uchun P(B)=8/25, P(A)=10/25,P(A∩B)=3/25 bo'ladi. A hodisa ro'y bergan bo'lsin. Bu sinashdagi barcha natijalar soni 8 ta, lekin A uchun 3 ta ntija qulaylik tug'diradi. Demak, P(A\B)=3/8(B hodisaning ro'y berish shartida A hodisaning ro'y berish ehtimolligi). Kasrni surat va maxrajini 25 ga bo'lsak:

P(A\B)=3/8=3\25/3\25=P(A∩B)/P(B).

Lekin, (1)munosabat bo'yicha ushbu ko'paytirish formulasini hosil qilamiz:

P(A∩B)=P(B)P(B)·P(A\B).

(3) formulani bog'liqmas hodisalar uchun to'g'ri bo'lgan P (A∩B)=P(B) ·P(A) formula bilan solishtirib, bu holda P(A\B)=P(A) bo'lishini aniqlaymiz. Shunga ko'ra bog'liq bo'lmagan hodisalardan birining ro'y berishi ikkinchisining ehtimolligiga ta'sir ko'rsatmaydi.

Bernuli formulasi. A hodisaning ehtimolligi r gat eng bo'lsin. Agar sinash ma'lum shartlar asosida n marta erkli takrorlangan va lardan m martasida A hodisa ro'y bergan bo'lsa, m/n nisbat A hodisaning ro'y berish chastotasi (takrorlanishi) deyiladi. Kuzatishlar shuni ko'rsatadiki, agar sinash ko'p marta takrorlansa chastota n ga bog'liq bo'lmagan holda p ga yaqinl;ashadi. Masalan, o'yin kubi ko'p marta tashlansA, "3" ochkoning tushish ehtimolligi teyarli 1/6 ga teng bo'ladi. Umuman, ehtimollik tushunchasi chastotaning barqarorligi qonuniyatlariga asoslanadi. Bu masala oily matematika kurslarida batafsil o'rganiladi.

Teorema. *A hodisaning ehtimolligi p ga teng va bu hodisaning n marta takrorlangan erkli sinashda m marta ro'y berish ehtimolligi* $P_{m,n}$ *bo'lsin. U holda*

$P_{m,n}=C^m{}_n p^m q^{n-m}$

(1)

Bernuli formulasi o`rinli bo`ladi.

ASOSIY ADABIYOTLAR:

1. 1.Algebra va analiz asoslari. O'rta maktabning 10-11 sinf uchun darslik (Sh.A.Alimov, Yu.M.Kolyagin va boshqalar).- T.: O'qituvchi, 2001
2. 2.Algebra va analiz asoslari. Akademik litseylar uchun qo'llanma (R.X.Vafoyev, J.X.Xusanov va boshqalar). -T.: O'qituvchi, 2001,
3. 3.Algebra va matematik analiz asoslari. Akademik litseylar uchun qo'llanma (A.Abduhamidov, A.Nasimovva boshqalar). -T.: O'qituvchi, 2001,