ПАХТАНИ СОВУТИШ ЖАРАЁНИДА ТЕМПЕРАТУРАСИНИ АНИҚЛАШ МАСАЛАСИ ХАҚИДА

А.З МАМАТОВ

Проф. Тошкент тўқимачилик ва енгил саноат институти

Ш.Н Бомуротов

Ўқитувчи.Гулистон Давлат Университети

Миразиз Сафаров

2-23 гурухи талабаси Тошкент тўқимачилик ва енгил саноат институти

Вақтнинг τ қийматида пахта температураси $T(x,\tau)$ га тенг бўлсин. У ҳолда узунлиги ℓ га тенг бўлган совутиш қурилмасида пахта температураси қуйидаги иссиқлик тарқалиш тенгламасига қўйилган чегаравий – бошланғич масаласидан топиш мумкин:

$$\begin{cases} c\rho\dfrac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v_1 c\rho\dfrac{\partial T}{\partial x} - \alpha(T - T_м) \\ T(x,0) = T_0(x) \\ T(0,\tau) = T_1(\tau); \quad -\lambda\dfrac{\partial T}{\partial x} = \alpha_1(T - T_м) \;, \quad x = l \end{cases} \qquad (1)$$

Бу ерда λ - пахта иссиқлик тарқалиш коэффициенти, α , α_1 - чигитли пахта ва орасидаги иссиқлик алмашув коэффициентлари, τ - совуш вақти, ℓ - совутиш қурилмаси узунлиги.

(1) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v_1\frac{\partial T}{\partial x} - \gamma T + \gamma T_м \qquad (2)$$

бу ерд $a = \dfrac{\lambda}{c\rho}$, $\gamma = \dfrac{\alpha}{c\rho}$,

Бу тенгламани ечиш учун қуйидаги алмаштириш бажарамиз:

$$T = e^{\mu x + \beta\tau} \cdot u \qquad (3)$$

У холда (2) тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \gamma T_м \qquad (4)$$

Бошланғич вачегаравий шартлар эса:

$$u(x,0) = u_Б(x) \qquad (5)$$

$$u(0,\tau) = u_0(\tau) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_2 u = \varphi(\tau) \quad x=l \text{ да} \qquad (6)$$

Бу ерда $\mu = \frac{v_1}{2a}$, $\beta = -\gamma - \frac{v_1^2}{4a}$ $\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{\bar{\lambda}} + \mu$ $\varphi(\tau) = \frac{+\alpha_1 e^{-(\mu l+\beta\tau)} \cdot T_M}{\bar{\lambda}}$

$u_0(\tau) = e^{-\beta\tau} \cdot T_1$ $u_Б(x) = e^{-\mu x} \cdot T_0$

Энди (4)-(6) чегаравий масалани ечимини

$$u(x,\tau) = v(x,\tau) + \psi(x,\tau) \qquad (7)$$

кўринишда излаймиз. Бу ерда

$$\psi(x,\tau) = (\gamma_1 x + \beta_1) u_0(\tau) + \gamma_2 x \varphi(\tau)$$

Функция $\gamma_1, \beta_1, \gamma_2$. - коэффициентларни танлаш ҳисобига бир жинсли бўлмаган чегаравий шартларни қаноатлантиради:

$$\psi(0,\tau) = u_0(\tau)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} + \alpha_2\psi = \varphi(\tau), \quad x=l$$

Бунинг учун $\beta_1 = 1$, $\gamma_1 = -\frac{\alpha_2}{1+\alpha_2 l}$ $\gamma_2 = \frac{1}{1+\alpha_2 l}$

У ҳолда қуйидаги чегаравий масалани хосил қиламиз

$$\frac{\partial v}{\partial\tau} = a\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + f(x,\tau) \qquad (8)$$

$$v(x,0) = v_Б(x), \quad v(0,\tau) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} + \alpha_2 v = 0, \quad x=l$$

буерда

$$v_H(x) = u_H(x) - (\gamma_1 x + \beta_1) T_0 - \gamma_2 x \cdot \alpha_1 \cdot e^{-\mu l} \cdot T_M / \bar{\lambda}$$

$$f(x,\tau) = \gamma T_м + (\gamma_1 x + \beta_1) e^{-\beta\tau} \cdot T_0 - \frac{\alpha_1}{\bar{\lambda}} \beta\gamma_2 e^{-\mu l+\beta\tau} \cdot T_M \cdot x$$

Бу масалани ечимини эса ўзгарувчиларни ажратиш усули ёрдамида қуйидагича топамиз:

$$v(x,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(\tau) X_n(x) \qquad (9)$$

Бу ерда $X_n(x)$ –қуйидаги чегаравий масалани:

$$X'' + \bar{\lambda}^2 X = 0, \quad X(0) = 0, \quad X'(l) + \alpha_2 X(l) = 0$$

хусусий функцияларидир.

Бу масалани ечими эс қуйидаги кўринишда излаймиз:

$$X_n(x) = C_n \sin\bar{\lambda}_n x$$

Бу ердаги $\bar{\lambda}_n$ сонлар $\bar{\lambda}_n ctg\bar{\lambda}_n l = -\alpha_2$ тенгламадан топилади.

$f(x,\tau)$ и $v_Б(x)$ функцияларни қаторга ёйсак:

$f(x,\tau)=\sum_{n=1}^{\infty} f_n(\tau)X_n(x)\ v_Б(x)=\sum_{n=1}^{\infty} V_n(\tau)X_n(x)$

бу ерда $f_n(\tau)$, $V_n(x)$ Фурье коэффициентлари:

$f_n(\tau)=\frac{2}{B_n}\int_0^l f(\xi,\tau)\sin\bar{\lambda}_n\xi\, d\xi$, $\bar{V}_n=\frac{2}{B_n}\int_0^l V_n(\xi)\sin\bar{\lambda}_n\xi\, d\xi$

Хосил бўлган оддий дифференциал тенгламага қўйилган Коши масаласини ечиб (1) масалани хусусий ечимини

$$T(x,\tau)=e^{\mu x+\beta\tau}\cdot\left\{[(\gamma_1+1)e^{-\beta\tau}\cdot T_0+\gamma_2\, x\,\frac{\alpha_1 e^{-(\mu l+\beta\tau)}\cdot T_B}{\bar{\lambda}}]+\right.\tag{10}$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\bar{V}_n+\int_0^{\tau} e^{a\bar{\lambda}_n^2\tau_1} f_n(\tau_1)d\tau_1\right)\cdot e^{-a\bar{\lambda}_n^2\tau}\cdot\sin\bar{\lambda}_n x\right\}$$

кўринишда хосил қиламиз.

АДАБИЁТЛАР:

1. Лыков А.В. Тепломассообмен справочник. М.: Энергия 1978.
2. Соатов Ё.У. Олий математика. 5-жилд.-Т.:Ўқитувчи.-1998.