CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINING YECHIMGA EGA BO‘LISHINING GEOMETRIK TALQINI

Tursinova Soxiba
Xo‘jaqulova Nozima
Abrayeva Ruxsora
Termiz davlat pedagogika instituti 1- kurs talabasi

Annotatsiya:*Ushbu maqolada chiziqli tenglamalar sistimasining yechimga ega bo'lish sharti aniqlangan va chiziqli tenglamalar sistemasining amaliy masalalarga tatbiqi o'rganilgan.*

Tayanch tushunchalar:*matritsanning rangi,vektor chiziqli tenglamalar sistemasi,tekislik, normal tekislik, urinma,bir chinsli tenglama***.**

Ma’lumki bir necha tenglamalar birgalikda qaralsa,ularga tenglamalar sistemasi deyiladi. Tenglamalar sistimasidagi hamma tenglamalari chiziqli (1-darachali) bo‘lsa,bunday bunday tenglamalar sestimasi chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi.

Ushbu sistemaga

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (1)$$

n ta noma’lumli m ta chiziqli tenglamalardan tuzilgan sistema deyiladi.

Bunda a_{ij} lar koeffitsientlar (sonlar), $x_1, x_2, \ldots, x_n$ noma’lumlar, $b_1, b_2, \ldots, b_m$ lar ozod hadlar deyiladi . a_{ij} koeffitsientda birinchi indeks *i* tenglamaning nomerini, ikkinchi indeks j esa nomalumning nomerini bildiradi. Agar (1)da $b_1, b_2, \ldots, b_m$ lardan birortasi noldan farqli bo‘lsa, (1) ga bir jinsli bo‘lmagan tenglamalar sistemasi, agar $b_1 = b_2 = \ldots = b_m = 0$ bo‘lsa , (1) ga bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi. (1) ni qisqacha

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n = b_i, \qquad i=1,2,3,\ldots,m. \qquad (2)$$

ko‘rinishda ham yozish mumkin.

Bu sistemani vektor tushunchasidan foydalanib quyidagicha yozish mumkin. Noma’lumlar oldidagi koeffitsientlardan tuzilgan vektor ustunlarini

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \qquad A^{(2)} = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \qquad \cdots \quad , \quad A^{(n)} = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

deb belgilab olsak, undan

$A^{(1)}\ x_1 + A^{(2)}\ x_2 + \dots + A^{(n)}\ x_n = \boldsymbol{b}$

ni hosil qilamiz. (Ma’lumki vektorni songa ko‘paytirish uchun uning barcha koordinatalari shu songa ko‘paytiriladi).

Matritsa deb elementlarni (ob’ektlarni) ma’lum tartibda olib to‘zilgan jadvalga aytiladi. Masalan, ushbu

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

jadvalga n ta ustun va m ta satrdan tuzilgan *matritsa* deyiladi. Bundan keyin matritsalarni lotin alfavitining bosh harflari bilan belgilaymiz: *A, B,*.... Agar satr va ustunlari sonini ko‘rsatish zarur bo‘lsa

foydalaniladi. Agarda (1) da m=n bo‘lsa, unga n- tartibli kvadrat matritsa deyiladi. Barcha elementlari nollardan iborat bo‘lgan matritsaga nol matritsa deyiladi.

Bosh diagonalida birlar qolgan joylarida esa nollardan iborat bo‘lgan kvadrat matritsaga birlik matritsa deyiladi . Masalan, ushbu matritsa n-tartibli birlik matritsadir

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

Agar bizga $A^{mxn} = (a_{ij})$ va $B^{mxn} = (b_{ij})$ matritsalar berilgan bo‘lsa, u holda ularning mos elementlari teng bo‘lsagina bunday matritsalarga teng deyiladi. Demak, $A^{mxn} = B^{mxn} \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$.

Matritsaning rangi. *A* matritsaning satrlari *m* ta *n* o‘lchovli gorizontal

$\boldsymbol{a}_1 = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}),\ \boldsymbol{a}_2 = (a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}), \dots, \boldsymbol{a}_m = (a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn})$ (6)

vektorlarni, ustunlari esa n ta m o‘lchovli vertikal vektorlarni tashkil qiladi. Ularni gorizontal vektorlardan farq qilish uchun

$\boldsymbol{a}^1 = (a_{11}, a_{21}, \ldots, a_{m1})$, $\boldsymbol{a}^2 = (a_{12}, a_{22}, \ldots, a_{m2})$, . . . , $\boldsymbol{a}^n = (a_{1n}, a_{2n}, \ldots, a_{mn})$ (7)

ko'rinishda belgilaymiz.

Ta'rif. $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m$ vektorlar sistemasining rangi A matritsaning satrlar bo'yicha rangi, $\boldsymbol{a}^1, \boldsymbol{a}^2, \ldots, \boldsymbol{a}^n$ vektorlar sistemasining rangiga esa A matritsaning ustunlar bo'yicha rangi deyiladi.

Matrisa rangini aniqlash uchun matritsa ustida elementar almashtirishlar bajariladi.Ular quyidagilar.

Matrisadagi ixtiyoriy ikkita satr yoki ustun o'rinlarini almashtirish, matrisadagi ixtiyoriy satr yoki ustun elemintlarini noldan farqli songa ko'paytirish,matritsaning satr yoki ustun elemintlarini noldan farqli songa ko'paytirib,boshqa satr yoki ustunning mos elemintlarini qo'shish,barcha elementlari nollardan iborat bo'lgan satr yoki ustunni matritsadan chiqarish.

Misol. Ushbu matritsaning rangini hisoblash

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Shunday qilib, berilgan matritsaning rangi $r(A)=3$.

Faraz etaylik bizga $m\times n$ -tartibli $A=(a_{ij})$ matritsa berilgan bo'lsin. Biz bundan avval matritsaning rangini elementar almashtirishlardan foydalanib hisoblash mumkin ekanligini kurgan edik.

Yechish. Asosiy va kengaytirilgan matritsalarini yozib olamiz,

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \, b_1 \, c_1 \\ a_2 \, b_2 \, c_2 \\ a_3 \, b_3 \, c_3 \end{pmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{pmatrix} a_1 \, b_1 \, c_1 \, d_1 \\ a_2 \, b_2 \, c_2 \, d_2 \\ a_3 \, b_3 \, c_3 \, d_3 \end{pmatrix}$$

Biz bilamizki, $\tilde{A}$ kengaytirilgan matritsa, A asosiy matritsaga ozod hadlardan iborat ustunni qo'shib hosil qilamiz, uning rangi A matritsaning rangiga teng, yoki A matritsaning rangidan 1 taga ko'p bo'ladi. Boshqa tarafdan matritsaning rangi uning satrlaridan oshib ketmaydi, ya'ni rang $A \le 3$, rang $\tilde{A} \le 3$. Shuning uchun quyidagi holatlar ro'y berishi mumkin:

1) $rang\ A = 0,\ rang\ \tilde{A} = 0;$ 2) $rang\ A = 0,\ rang\ \tilde{A} = 1;$ 3) $rang\ A = 1,\ rang\ \tilde{A} = 1;$

4) $rang\ A = 1,\ rang\ \tilde{A} = 2;$ 5) $rang\ A = 2,\ rang\ \tilde{A} = 2;$ 6) $rang\ A = 2,\ rang\ \tilde{A} = 3;$

7) $rang\ A = 3,\ rang\ \tilde{A} = 3.$

Geometrik nuqtai nazardan uch noma'lumli chiziqli tenglama $0xyz$ dekart koordinatalar sistemada tekislikni ifodalaydi. Tekisliklarni mos ravishda Π_1, Π_2 *ва* Π_3 orqali belgilaymiz. Berilgan sistemasining barcha yechimlarini topish deganda, Π_1, Π_2 va Π_3 tekisliklarning barcha kesishish nuqtalarini topish tushuniladi.

Agar tenglamalar sistemasi birgalikda bo'lmasa, bunday nuqtalar mavjud emas.

1) $rang\,A=3,\ rang\,\tilde{A}=3$ bu holatda yuqoridagi uchta tenglama birgalikda bo'lib, yagona yechimga ega bo'ladi. (a-chizma)

2) $rang\,A=2,\ rang\,\tilde{A}=2$ bunda uchchala tekislik bitta to'g'ri chiziq orqali kesishadi, ya'ni asosiy va kengaytirilgan matritsalarning faqat ikkita satri elementlari proporsional bo'lmasdan,volgan bitta satri shu ikkita satr elementlarining chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo'ladi.

3) $rang\,A=1,\ rang\,\tilde{A}=2;$ Bu holda sistema birgalikda bo'lmaydi, yani tekisliklar umumiy nuqtaga ega bo'lmaydi.

4) $rang\,A=1,\ rang\,\tilde{A}=1$ bu vaqtda berilgan tenglamalar sistemasi cheksiz ko'p yechimga ega bo'lib, u sistema faqat bitta chiziqli erkli tenglamadan iborat bo'lib qoladi. Demak tekisliklar uchchalasi ustma – ust tushadi.

Yuqoridagi holatlardan biz $rang\,A=2,\ rang\,\tilde{A}=3$ bo'lgan holatni ko'rib chiqamiz. Asosiy matritsasining rangi 2 ga, kengaytirilgan matritsaning rangi 3 ga teng bo'lganda tekisliklarning geometrik holati qanday izohlanadi? $rang\,A=2$ bo'lsa, A matritsaning 2-tartibli minorlaridan biri noldan farqli, A matritsaning 3-tartibli minori nolga teng.

Masalan: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$ bo'lsin, u holda Π_1 va Π_2 tekisliklar kesishadi. Uchinchi tekislik Π_3, Π_1 va Π_2 tekisliklarning kesishishni chizig'i bilan kesishmaydi. Shunday qilib, 3 ta tekisliklarning umumiy nuqtasi mavjud emas. Π_1 va Π_2 tekisliklar to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, uchinchi Π_3 tekislik bu to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi. Demak yuqoridagi mulohazalardan quyidagi natija o'rinli:

Natija: (1) sistemada $rang\,A=2,\ rang\,\tilde{A}=3;$ bo'lsa, u holda sistemani tashkil etuvchi tekisliklar ixtiyoriy ikkitasining kesishish chizig'i, uchinchi tekislikka paralleldir.

Misol-1: Quyidagi tenglamalar sistemasi yechish uchin biz

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ x + 3y - z = 2 \\ x - 5y + 5z = 1 \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasining koeffitsientlaridan tuziva kengaytirilgan matritsalarini tuzamiz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -5 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & -5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Bu matritsalarning rangini hisoblasak $rang\, A = 2,\ rang\, \tilde{B} = 3;$ ekanligini koʻramiz. Bundan esa quyidagi xulosani chiqarishimiz mumkin. Tenglamalar sistemasini tashkil qiluvchi tekisliklarning ihtiyoriy ikkitasi toʻgʻri chiziq boʻyicha kesishadi, uchinchi tekislik esa, bu toʻgʻri chiziqqa parallel boʻladi. Bu mulohazalarimizni qaralayotgan misolda koʻrib chiqamiz.

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ x + 3y - z = 2 \end{cases}$$

ikkita tekislikning kesishishidan hosil boʻlgan toʻgʻri chiziqning yoʻnaltiruvchi vektorini topamiz. Ikkita tekislikning normal vektorlarining vektor koʻpaytmasi toʻgʻri chiziqning yoʻnaltiruvchi vektori boʻyicha yoʻnalgan boʻladi.

$$n_1\{1;-1;2\},\, n_2\{1;3;-1\},\, n_3\{1;-5;5\},$$

$$a = n_1\ x\ n_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2 + 2j + 3k + k + j - 6i = -5i + 3j + 4k$$

Keltirilgan natijaga koʻra, toʻgʻri chiziqning yoʻnaltiruvchi vektori bilan uchinchi tekislikning $\vec{n}_3$ normal vektori perpendikulyar boʻladi, ya’ni

$$(a, n_3) = 0 \Rightarrow (-5)\cdot 1 + 3\cdot(-5) + 4\cdot 5 = -5 - 15 + 20 = 0$$

Demak chiziqli tenglamalar sistemasi yechimga ega emas.

Xulosa:misollarni yechishda chiziqli tenglamar sistemasi uchta asosiy shakli bor ,bular;Gauss,Kramer va matritsaviy usullari. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish masalasi bu tenglamalarda koeffisentlaridan tuzuladi yagona yechimga ega boʻlgan sistema aniq sistema,cheksiz koʻp echimga ega boʻlgan sistema aniqmas sistema deyiladi.Berilgan ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi uchun birinchisining har bir yechimi ikkinchisi uchun ham yechim boʻlsa,ikkinchi tenglamalar sistemasi birinchi chiziqli tenglamalar sistemasining natijasi deyiladi.

ADABIYOTLAR:

1. Xojiev J.X. Faynleyb A.S. Algebra kursi, Toshkent, «O‘zbekiston», 2001y.
2. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi. Toshkent, «O‘qituvchi». 1975y.
3. Berdievich, IB, & Nazinovich, SDND (2021). Dars va uning tahlili ta’lim sifatini oshirish omili sifatida. *Yevropa olimlari jurnali* , *2* (1), 42-45.
4. Csanady, M., Sepp, R., Blazso, P., Polgar, N., Racz, P., Jebelovszki, E., ... & Forster, T. (2004). 22 Low prevalence of beta myosin heavy chain gene mutations in Hungarian patients with hypertrophic cardiomyopathy. *European Journal of Heart Failure Supplements*, *3*, 2-2.
5. Haydarova, S., & Nurqulova, G. (2023). EMERGENCE OF AGGRESSION AND NEGATIVISM IN PSYCHOLOGICAL CHARACTERISTICS OF ADOLESCENT PERIOD. International Bulletin of Engineering and Technology, 3(10), 62-64.
6. qizi Imonova, MB (2023). MUSIQANING INSON HISSIYOTIGA TASIRI. National Scientific Research International Journal natijalari , 2 (3), 156-161.
7. Иманов, Б., & Имонова, М. (2021). Развитие творческих способностей учеников при выполнении проблемных экспериментов по физике с помощью инновационных технологий. Общество и инновации, 2(2), 222-227.
8. Imonova, M. B. (2023). Oila tinchligi–jamiyat faravonligi asosi. Finland academic research science publisher, 1148-1151.
9. Имонова, М., & Тожиева, Д. (2023). Роль сиблинговых отношений в когнитивном развитии детей. *Традиции и инновации в исследовании и преподавании языков*, *1*(1), 447-453.
10. Имонова, М. (2023). Musiqiy tarbiya–qudratli quroldir yohud musiqiy tarbiyaning shaxs shakllanishiga tasiri. Современные тенденции психологической службы в системе образования: теория и практика, 1(1), 35-37.
11. Имонова, М., & Таджиева, Д. (2023). Boshlangich sinf oquvchilarida milliy tarbiyani pedagogik va psixologik rivojlanishi qonuniyatlari. Современные тенденции психологической службы в системе образования: теория и практика, 1(1), 74-76.
12. Иманова, М. Б. (2021). ШАХС ХАРАКТЕРИ АКЦЕНТУАЦИЯСИ ВА ДЕСТРУКТИВ ХУЛҚ-АТВОР. Academic research in educational sciences, 2(11), 1399-1403.

13. Imanov, B. (2023). NEGATIVE FACTORS AFFECTING THE QUALITY OF EDUCATION AND WAYS TO ELIMINATE THEM. Science and innovation, 2(B3), 355-358.

14. Имонова, М. Б. (2023). ВАЖНОСТЬ СЕСТРОВЫХ ОТНОШЕНИЙ В ЛИЧНОМ РАЗВИТИИ. FORMATION OF PSYCHOLOGY AND PEDAGOGY AS INTERDISCIPLINARY SCIENCES, 2(22), 120-123.

15. Imonova, M. B. (2023). Causes of Suicide Tendency in Adolescents. Journal of Discoveries in Applied and Natural Science, 1(1), 62-67.

16. Иманов, Б., & Иманова, М. Б. Қ. (2021). ДАРС ТУЗИЛМАСИ ВА УНГА ТАЙЁРГАРЛИК. Academic research in educational sciences, 2(5), 1158-1162.

17. Имонова, М. Б. (2023). РОЛЬ ОТНОШЕНИЯ СИБЛИНГА В ПРОБУЖДЕНИИ МОТИВОВ ОБУЧЕНИЯ ДЕТЕЙ. Евразийский журнал социальных наук, философии и культуры, 3(10), 101-104.

18. qizi Imonova, M. B. (2023). MUSIQANING INSON HISSIYOTIGA TASIRI. Results of National Scientific Research International Journal, 2(3), 156-161.

19. Imanov, B. B. (2023). O’QUVCHILARNING TABIATDA SODIR BO’LAYOTGAN FIZIK JARAYONLARNI ANGLAB ETISHDA TAJRIBALARNING O’RNI. *Interpretation and researches*, 2(1).

20. Imanov, B. (2023). NEGATIVE FACTORS AFFECTING THE QUALITY OF EDUCATION AND WAYS TO ELIMINATE THEM. *Science and innovation*, 2(B3), 355-358.

21. Imanov, B. (2023). MALAKALI MUTAXASSIS SIFATLI TA’LIM VOSITASI SIFATIDA. *Namangan davlat universiteti Ilmiy axborotnomasi*, (6), 855-859.

22. Imanov, B. B. (2021). Competences in the quality of education and their organization. *ASIAN JOURNAL OF MULTIDIMENSIONAL RESEARCH*, *10*(5), 419-424.

23. Imanov, B. B. (2021). Lesson and its analysis as factor of increasing the qualiyy of education. *European scholar Journal. Available online at//www. scolarzest. com*, *1*.

24. Karimov, R. R., Imanov, B. B., Karimov, Y. Z., & Abulova, M. R. K изледованию иенусообразному рабочим fgenom mini-izmelchitelya для губых кормов. *Toshdtu news" magazine, Tashkent*, 123-126.

25. Mahmudov, YG, & Imanov, BB (2021). Dars sifati ko'rsatkichlari. Osiyo ko'p o'lchovli tadqiqot jurnali , 10 (10), 653-656.

26. Mahmudov, Y. G., & Imanov, B. B. (2021). Lesson quality indicators. Asian Journal of Multidimensional Research, 10(10), 653-656.

27. Summers, D., Kushzhanov, N., Almurzayeva, B., Yesengulova, M., Abdirakhmanova, Y., Safarov, R., & Imanov, B. MORAL DILLEMMAS IN DIGITAL & FOREIGHN WORLD. BULLETIN OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN ISSN 1991-3494 Volume 2, Number 372 (2018), 68–74.

28. Неъматуллаева, С. (2020). Психология детей в возрасте 5-7 лет. Студенческий вестник, (5-1), 62-63.

29. Ne'Matullayeva, S. (2022). MAKTABGACHA TA'LIM TASHKILOTLARIDA O 'YIN TERAPIYASINI QO'LLASHGA OID QARASHLAR. Science and innovation, 1(B4), 444-449.

30. Nematullaeva, S. (2023). DEVELOPING COMMUNICATION SKILLS IN PRESCHOOL CHILDREN THROUGH GAME THERAPY. Horizon: Journal of Humanity and Artificial Intelligence, 2(4), 86-88.

31. Ne'matullayeva, S. (2022). Maktabgacha ta'lim tashkilotlarida oyin terapiyasini qo'llashda innovatsion usullar. O 'zbekiston milliy universiteti xabarlari, 1(6).

32. Nematullaeva, S. (2023, April). The role of play therapy in a child's life. In Academic International Conference on Multi-Disciplinary Studies and Education (Vol. 1, No. 1, pp. 9-10).

33. Неъматуллаева, С. Х. (2023). Влияние Игровой Терапии В Формировании Личности Детей. Central Asian Journal of Literature, Philosophy and Culture, 4(2), 31-33.

34. Kizi, N. S. K. (2022). Use of Game Therapy in Preschool Educational Organizations.

35. Нематуллаева, С. (2023). Maktabgacha yoshdagi bolalarning shaxs sifatida kamolotida o'yin terapiyasining ahamiyati . Современные тенденции психологической службы в системе образования: теория и практика, 1(1), 43–46. извлечено от https://inlibrary.uz/index.php/psychological-service-education/article/view/23475

36. qizi Ne'matullayeva, S. X., & Ulug'bek qizi Abduqahhorova, M. (2023). BOLA SHAXSINING RIVOJIDA O 'YIN TERAPIYASINI QO 'LLASH SHART-SHAROITLARI. Educational Research in Universal Sciences, 2(9), 341-344.